مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران

د. عبدالعزيز بن درويش المالكي

أستاذ تعليم الرياضيات المساعد – كلية التربية - جامعة نجران، المملكة العربية السعودية

مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران

د. عبدالعزيز بن درويش المالكي

أستاذ تعليم الرياضيات المساعد – كلية التربية - جامعة نجران، المملكة العربية السعودية

المستخلص

هدفت الدراسة إلى تعرف مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران. ولتحقيق ذلك تم اتباع المنهج الوصفي بأسلوبه المسحي، حيث تكونت عينة الدراسة من (٢٥٣) معلمًا ومشرفًا للرياضيات بالمراحل الابتدائية والمتوسطة والثانوية. وتم تطبيق استبانة تضمنت الممارسات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي الست (الاستقراء، والاستنتاج، وإدراك العلاقات، والتعبير بالرموز، والتصور البصري المكاني، والبرهان الرياضي). وأظهرت نتائج الدراسة أن مستوى ممارسة معلمي الرياضيات الداعمة لمهارات التفكير الرياضي ككل بمدينة نجران جاء بدرجة متوسطة بمتوسط حسابي مقداره (٣.٢٩ من ٥)، وكان ترتيب المهارات كالتالي: الاستقراء، والتصور البصري المكاني، والاستنتاج، والبرهان الرياضي، وإدراك العلاقات، والتعبير بالرموز. كما أظهرت نتائج الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين استجابات عينة الدراسة تعزى لمتغيري الخبرة ولصالح فئة الخبرة الأطول والمرحلة الدراسية ولصالح الثانوية، كما بينت عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين استجابات عينة الدراسة تعزى لمتغيري النوع والمسمى الوظيفي. وفي ضوء نتائج الدراسة تم تقديم بعض التوصيات والبحوث المقترحة.

الكلمات المفتاحية: الممارسات التدريسية، معلم الرياضيات، التفكير الرياضي، نجران.

The level of teaching mathematics teachers' practices in support of mathematical thinking skills in Najran city

Dr. Abdulaziz bin Darwish Al-Maliki
Assistant Professor of Mathematics Education - College of Education - Najran University, Saudi Arabia
adalmalki@nu.edu.sa

Abstract

The study aimed to identify the level of practices of teaching mathematics teachers in support of mathematical thinking skills in Najran city, to achieve this, the descriptive methodology was followed in its survey style. The sample consisted of (253) mathematics teachers and supervisors in the primary, preparatory and secondary stages. A questionnaire was conducted that included the teaching practices that support the six mathematical thinking skills (induction, deduction, awareness of relationships, symbolic expression, visual-spatial visualization, and mathematical proof). The results of the study revealed that the level of practice of mathematics teachers that support the mathematical thinking skills as a whole in Najran came to a medium degree with an average of (3.29 of 5). The results of the study also showed that there were while there were statistically significant differences, between the responses of the sample due to the years of experience for the longest experience category and the educational stage for high school, while there were no statistically the of results of the light significant differences due to the gender and job title. In some recommendations and suggested research were presented. study,

Keywords: Teaching practices- Mathematics teacher- Mathematical thinking- Najran

مقدمة

في ظل التطور المعرفي والمعلوماتي المصاحب للثورة التقنية الهائلة، أصبح إجراء تغييرات جوهرية في أهداف ومساعي النظم التعليمية أمرًا إلزاميًا. حيث تحول الهدف من العملية التعليمية من ملء عقل التلاميذ بالمعلومات إلى إكسابهم المهارات اللازمة للتفكير؛ وذلك باعتباره السبيل لتسليح الأجيال القادمة بالأدوات اللازمة للتعامل بفعالية مع أي نوع من المعلومات أو المتغيرات التي قد يواجهونها في المستقبل.

ويشير هارياتي وآخرون (Haryati, et al. , 2021) إلى أن التفكير أحد أهم الأدوات التي يستخدمها البشر لفهم العالم والتحكم فيه. وتتجلى أهميته بشكل خاص في محاولات الأفراد التغلب على مشكلة أو حلها أو شرح المواقف المستحدثة. كما ترتبط مهارات التفكير ارتباطًا وثيقًا بتطوير العلوم والتكنولوجيا. لذلك، لا يقتصر التفكير على المهارات التي نحتاجها للنجاح في حياتنا العملية أو التعليمية فحسب، بل يشمل أيضًا المهارات الأساسية التي نحتاجها من أجل البقاء والتطور.

وتعتبر مادة الرياضيات من أكثر المواد صلة بتنمية مهارات التفكير لدى التلاميذ في مختلف المراحل الدراسية، ويرجع ذلك لطبيعتها المقترنة بالاستنتاج والاستنباط والبرهان، وما يستدعيه حل المشكلات الرياضية من التلميذ من إعمال العقل، لوضع حلول، والتأكد من صحتها وفق خطوات متعاقبة ومترابطة.

ويرى أونال وآخرون(Onal, et al. ,2017) أن تعليم الرياضيات يوفر مهارات مهمة مثل التفكير في الحياة، وإقامة العلاقات بين الأحداث، والاستدلال، والتقدير، وحل المشكلات بصرف النظر عن اكتساب مهارات الحساب وتعليم الأرقام والعمليات الرياضية (p.133). كما يرى الغاني (Algani ,2018) أن الرياضيات تنظم البرهان المنطقي، وتحدد صحة فرضية معينة، وتستخدم العديد من طرق التفكير، وتنظم التفكير المنطقي للتحقق من صحة الحقائق، وتستخدم الاستقراء لتوليد المعرفة الرياضية. وبالمثل، يشير فرج الله (٢٠١٩) إلى أن دراسة الرياضيات بصفة عامة تساعد على بناء التفكير المنطقي، والبرهان الصحيح، والضبط في الخطوات والدقة في الاستنتاج والنقد البناء(ص٧). كما يؤكد المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي(NCTM, 2000) على أن التصور الحديث لتدريس الرياضيات يقوم على

تعليم التلاميذ كيفية تعلم الرياضيات أكثر من تعليمهم ما يتعلمونه، وهذا يؤكد دور الرياضيات في التنمية الشخصية للمتعلمين، وتنمية مهارات التفكير لديهم.

وفي المملكة العربية السعودية، أكدت معايير هيئة تقويم التعليم والتدريب (٢٠١٩) على إسهام تعليم الرياضيات في تنمية مهارات التفكير، مما ينمي خيال المتعلم وإبداعه ومبادراته، ويبني لديه المرونة الذهنية بأسلوب علمي. علاوة على ذلك، تركز رؤية المملكة العربية السعودية ٢٠٣٠ على تنمية مهارات التفكير لدى التلاميذ، وهو ما ظهر ضمن مؤشرات برنامج تنمية القدرات البشرية في رفع مستوى تحصيل التلاميذ بالاختبارات الدولية، مثل دراسة التوجهات الدولية للرياضيات والعلوم TIMSS، وبرنامج التقييم الدولي للطلبة PIZA(الوثيقة الإعلامية لبرنامج تنمية القدرات البشرية،٢٠٢١، ص٢٣).

ويعتبر التفكير الرياضي أحد أهم أساليب التفكير الذي يرتكز على ثلاث متغيرات، تتمثل في: المشكلة (الموقف)، والشخص المعني، والاستراتيجية. ويعمل كقوة توجيهية تُظهر المعرفة والمهارات الرياضية، وذلك بالاستدلال والبرهنة الرياضية وإدراك العلاقات، وهو ما يدعم ما يطلق عليه "المعرفة الرياضية" لدى التلاميذ، التي تشير إلى القدرة على الاستفادة من الرياضيات في الحياة اليومية، والعملية، والأكاديمية(المالكي،٢٠١٦).

وقد نشأ التركيز على التفكير الرياضي من وجهات النظر المعاصرة حول أهمية الرياضيات للمواطنة النقدية، مع ما يترتب على ذلك من آثار على ما يعنيه تعلم الرياضيات بنجاح (Goos & Kaya,2020). ووفقاً لكورنيليز وآخرون(Cornillez, et al. ,2020) ؛ آزوف وبيلجيك (Azak & Bilgiç, 2019)؛ ونيبال (Nepal, 2016,p.46) يعد التفكير الرياضي عنصراً مهماً في مساعدة التلاميذ على إدراك العلاقات وفهم أبعاد المشكلة أو التمرين الرياضي. كما يسمح للأفراد بإدراك أهمية استخدام المعلومات والمهارات، وكذلك التعلم بشكل فردي ومستقل. كما يؤدي التفكير الرياضي دورًا مهمًا في هذا المجتمع القائم على المعلومات لتطوير المهارات العملية، مثل الطرق المبتكرة لإيجاد حل لمشكلة ما، وبالتالي، حل المشكلات التي نواجهها في الحياة اليومية.

لذلك، يعتبر التفكير الرياضي هدفًا مهمًا للتعليم في جميع أنحاء العالم. فكما يؤكد أساري وآخرون (As'ari, et al.2019) على أن تدريس التفكير الرياضي أصبح الآن اتجاهاً دولياً في تدريس الرياضيات في العديد من الدول، مثل: اليابان وسنغافورة وأستراليا والصين،

لذلك من الضروري أن يتجه تعليم الرياضيات في المملكة العربية السعودية أيضًا نحو تدريس التفكير الرياضي، بدلاً من اكتساب المحتوى الرياضي فقط.

وبصفة خاصة، يشير التميمي (٢٠١٦) إلى أن تعليم الرياضيات للمرحلة الابتدائية يعتبر اللبنة الأساسية لنجاح برامج الرياضيات في المراحل الدراسية اللاحقة، لذا ينبغي أن يقوم على مجموعة المبادئ والافتراضات التي تحقق حداً مقبولاً من الفهم للمفاهيم والمبادئ الرياضية، والقدرة على حل المسألة، والتفكير القائم على الاستقراء والاستنتاج (ص٣٦).

ولا يقتصر التفكير الرياضي على البرهان الرياضي فحسب، بل يشمل أيضًا مجموعة واسعة من القدرات التي يجب أن يمتلكها التلاميذ. ولعل أبرز هذه العمليات والمهارات، كما يحددها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي(NCTM, 1989): الاستقراء، والتعميم والتجريد، واستخدام الرموز، التفكير المنطقي، التخمين، الاستنتاج، النمذجة، البرهان الرياضي.

وانطلاقًا من أن تعليم الرياضيات يعتمد بصورة رئيسية على التفاعلات الصفية بين المعلمين والتلاميذ والمناقشات الصفية، فإن دور المعلم في دعم ممارسة التلاميذ لمهارات التفكير الرياضي بشكل هادف من خلال تشجيعهم على التفكير والتعبير عنه، ومناقشة تفكير بعضهم البعض؛ للمشاركة في بناء الأفكار الرياضية، وجمع معلومات حول ما يعرفه المتعلمون وما لا يعرفونه وكيف يفكرون يعد أمراً بالغ الأهمية. ويشدد ماضي (٢٠١١) إلى أهمية دور المعلم في تنمية ودعم التفكير الرياضي من خلال ما يوفره من بيئة صفية مشجعة، تتميز بالنشاط وتشجيع التلاميذ على التفكير، وتقديم خبرات تعليمية محفزة للاكتشاف، وتنظيم الأفكار، وإتاحة الفرصة لتفسيرها دون تقييد. وبالمثل، يؤكد مولر وآخرون (Mueller, et al. ,2014) على أهمية قدرة المعلم على الاستجابة بشكل متجاوب، لا سيما عندما يتعلق الأمر بتسهيل بناء مهارات التفكير الرياضي لدى التلاميذ.

وتؤكد الدراسات المعاصرة على أن ممارسات المعلمين الداعمة لتفكير التلاميذ الرياضي يمكن أن تؤدي إلى ممارسات تعليمية أكثر فاعلية. فعلى سبيل المثال، أظهرت دراسة أتارد وآخرون(Attard, et al. ,2018) أن استجابات المعلمين للتفكير الرياضي للطلاب التي تظهر أثناء الدرس مهمة؛ لأن الطريقة التي يستجيب بها المعلمون للتفكير الرياضي للطلاب تؤثر على تعلم التلاميذ في فصولهم الدراسية. كما أكدت دراسة إنغ وآخرون Ing, et al.,2015) أن استجابات المعلم التي استخدمت دلائل ومؤشرات التفكير الرياضي للطلاب، وإشراكهم في الفهم الرياضي زادت من مشاركتهم الصفية وتحصيلهم الرياضي.

إلا أن دعم التفكير الرياضي للطلاب في الممارسات الصفية، يعتبر تحدي كبير ومهمة شاقة بالنسبة للمعلمين؛ حيث تحتاج هذه المهمة إلى معلم يسهل العملية، بدلاً من مجرد شرح المفاهيم الرياضية(Wijers & Haan,2020,p.16). كما يستلزم الانخراط بعمق في تفكير التلاميذ أساليب تربوية معقدة تركز على إنشاء فرص تعليمية قوية للطلاب؛ ليتم توجيههم نحو أفكار أقرانهم والأفكار المهمة في الرياضيات(Anthony, et al.,2015, P.18). وعليه، حاولت الدراسة الحالية تقصي ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة التي تؤدي إلى انخراط التلاميذ في مهارات التفكير الرياضي.

مشكلة الدراسة

يؤكد علماء التربية أن تعليم مهارات التفكير الرياضي من أهم أهداف تدريس الرياضيات؛ حيث تقع هذه المهارات وعملياتها ضمن الركائز الرئيسية التي تقوم عليها برامج تعليم وتعلم الرياضيات. وقد أوصت وثائق إصلاح تعليم الرياضيات المعلمين بضرورة اعتبار التلاميذ كمفكرين رياضيين شرعيين وإشراك التلاميذ في فهم الرياضيات والعمل بشكل تعاوني(CCSSI, 2010; NCTM,2014). لذلك، يؤكد أنتوني وآخرون Anthony, et al. (2015,) أن الاهتمام بالتفكير الرياضي للطلاب والاستجابة له يقع في صميم الإصلاحات التربوية لتعليم الرياضيات(P.7).

ويؤكد سيلك وأوزدمير (Çelik & Özdemir,2020) على أنه لا يمكن تحقيق هذه المهارات إلّا من خلال خلق بيئة تعليمية فعالة. لذا من المهم أن يكون لدى المعلمين معرفة شاملة حول كيفية تدريس الرياضيات، وكذلك مهارات التفكير من أجل تنظيم بيئات التعلم حتى يتمكنوا من تطوير تصورات التلاميذ الرياضية ومهارات التفكير الرياضي لديهم. كما أكد جوبري(Jupri, 2017) على إن نجاح تعزيز نمو مهارات التفكير الرياضي هو بالطبع مسؤولية معلم الرياضيات، وخاصة معلمي الرياضيات في المدارس الابتدائية باعتبارهم رأس الهرم والأساس في تنفيذ المناهج الدراسية.

كما تعتبر ملاحظة المعلم للتفكير الرياضي للطلاب والاستجابة له أمراً ضروريًا للتدريس الفعال. وتؤكد الدراسات على ذلك، فعلى سبيل المثال، أظهرت دراسة شوبان(2011, Choppin) أن المعلمون الذين اهتموا بتفكير التلاميذ عن كثب كانوا أكثر قدرة على تكييف المهام؛ بحيث تم تحديد مستوى تعقيد المهام بصورة تتوافق مع إمكانات التلاميذ للتفاعل مع

المفاهيم الرياضية. علاوة على ذلك، أكدت دراسة كاظمي وهبارد(Kazemi & Hubbard, 2008) أن قيام المعلمين بإشراك الآخرين (الزملاء والموجهين) في استفسارهم عن تفكير التلاميذ، قد مكنهم من تطوير المعرفة التدريسية التي ساعدتهم في تحويل ممارساتهم الصفية للأفضل. كما يذكر ماجيرا وزنبق(Magiera & Zambak, 2021) أن المعلمون الذين يلاحظون تفكير التلاميذ، أي يقومون بتحديد الأفكار الرياضية والعلمية للطلاب وفهمها والبناء عليها بشكل مناسب أثناء اتخاذ القرارات التربوية، هم في وضع يمكنهم من دعم تعليم الرياضيات الموجهة نحو الإصلاح والمتمحور حول التلاميذ.

ولذلك، يوصي المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي(NCTM, 1991) بضرورة انتباه المعلمين إلى التفكير الرياضي للتلميذ والصعوبات والأخطاء والمفاهيم الخاطئة المتعلقة بموضوع الدراسة. ومن جهة أخرى، يشير أنتوني وآخرون(Anthony, et al., 2015) إلى أن الاهتمام والاستجابة بشكل مناسب للتفكير الرياضي لدى التلاميذ يعد مهارة تربوية متخصصة، تحتاج إلى تدريسها بشكل صريح ضمن برامج إعداد المعلم (p.8). ويشدد جونر وأكيوز(Guner & Akyuz, 2020) على أن ضرورة اهتمام المعلم بكيفية التفكير الرياضي لدى التلاميذ واستخدام هذه المعرفة لتحسين قدراتهم التعليمية. كما أوصت دراسة الدوسري (٢٠٢٢)، ودراسة ذاكر (٢٠٢١)، ودراسة عبد العال (٢٠٢٠) بالاهتمام بتنمية مهارات تدريس التفكير الرياضي لدى معلمي الرياضيات؛ وعقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات لإكسابهم الكفايات التدريسية اللازمة لتنمية التفكير الرياضي للطلاب.

ولكن على الرغم من هذه التأكيدات، تشير نتائج دراسات بني بكار (٢٠٢٢)؛ وجاد الله (٢٠٢٠)؛ والشهري (٢٠٢٠)، والعنزي (٢٠١٩)؛ وعسيري (٢٠١٣) إلى أن استهداف مهارات التفكير الرياضي من قبل المعلمين دون المستوى المأمول، إلى جانب محدودية توافر هذه المهارات لديهم.

وفي نفس السياق، يؤكد ستوكيرو وآخرون(Stockero, et al., 2022) على أن بعض المعلمين لا يفرقون في استجاباتهم بناءً على إمكانات التفكير الرياضي للتلميذ. وبصورة متسقة، يشير ألغان وجمال(Algan & Jmal, 2020)، إلى أن الكثير من معلمي الرياضيات يهتمون بالحد الأدنى من مستويات التفكير، ويظهرون عدم اهتمام بالهدف الرئيسي المتمثل في تنمية التفكير الرياضي، وحاجة المتعلم إلى معرفة كيفية التفكير بطريقة رياضية، وتفسير الكلمات أو الرموز بشكل صحيح. كما إنهم غير مدركين لأهمية أن يكون المتعلم قادرًا على

فهم ما يقرأه من العلاقات أو النماذج الرياضية(p.45). كما أظهرت دراسة ستوكيرو وآخرون(Stockero, et al. ,2017) أن المعلمون لا يركزون اهتمامهم بشكل طبيعي على فهم أفكار التلاميذ؛ ولكن يميلون إلى التركيز على جوانب أخرى من الفصل الدراسي مثل الإدارة، وغالبًا ما يفشلون في التمييز بين القيمة التربوية لهذه الأحداث المختلفة(p.384). كما يؤكد بيترسون ولاثام(Peterson & Leatham, 2009)، أن العديد من المعلمين، وخاصة المبتدئين، يفشلون في إدراك واغتنام الفرص للبناء على التفكير الرياضي للطلاب لتطوير أو توسيع فهمهم الرياضي.

وفي ظل انخفاض نتائج التلاميذ في المملكة العربية السعودية في اختبار تيمز TIMSS على مدار السنوات التي شاركوا فيها، وهي (٢٠٠٣)، (٢٠٠٧)، (٢٠١١)، (٢٠١٥)، (٢٠١٩)؛ حيث لم يتعد أدائهم المتوسط المنخفض في جميع الدورات من جهة، إلى جانب تدني مستوياتهم في مهارات التفكير الرياضي عن المستوى المأمول، كما أكدت دراسة كل من حكمي (٢٠١٩)، والشلبي وخليفة (٢٠١٧)، والشهري (٢٠١٦)؛ فإنه من المهم تقصي ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي.

وعليه تظهر مشكلة الدراسة في محاولة الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

"ما مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران"؟

والذي يتفرع إلى الأسئلة التالية:

١. ما مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران من وجهة نظر عينة الدراسة؟

٢. ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير النوع (ذكر، أنثى)؟

٣. ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير المسمى الوظيفي (مشرف تربوي، معلم)؟

٤. ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير سنوات الخبرة (١٠ سنوات فما دون، أكثر من ١٠ سنوات)؟

٥. ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير المرحلة الدراسية (ابتدائية، متوسطة، ثانوية)؟

أهداف الدراسة

هدفت الدراسة الحالية إلى:

١) تعرف مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران من وجهة نظر عينة الدراسة.

٢) بيان أثر متغير النوع (ذكر/ أنثى) في تقديرات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران.

٣) بيان أثر متغير المسمى الوظيفي (مشرف تربوي، معلم) في تقديرات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران.

٤) بيان أثر متغير سنوات الخبرة (١٠ سنوات فما دون، أكثر من ١٠ سنوات) في تقديرات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران.

٥) بيان أثر متغير المرحلة الدراسية (ابتدائية، متوسطة، ثانوية) في تقديرات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران.

أهمية الدراسة

تكمن أهمية الدراسة في النقاط التالية:

١. مواكبة الاتجاهات الدولية في تعليم الرياضيات الداعمة لتنمية مهارات التفكير الرياضي.
٢. تتماشى مع رؤية المملكة ٢٠٣٠ التي تستهدف تنمية مهارات التفكير لدى التلاميذ، ورفع مستوى تحصيل التلاميذ بالاختبارات الدولية، مثل اختبارات تيميز TIMSS، وبيزا PIZA.
٣. تحديد عناصر التركيز على تفكير التلاميذ الرياضي التي ينبغي التركيز عليها في الممارسة الفعلية للمعلمين.
٤. توجيه المشرفين التربويين إلى أوجه القوة والضعف في ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي لدى التلاميذ.
٥. قد تفيد نتائج الدراسة القائمين على برامج تعليم معلمي الرياضيات قبل وأثناء الخدمة أثناء تصميمهم لهذه البرامج القائمة على المعايير ومبادرات التطوير المهني.

حدود الدراسة

تقتصر الدراسة على الحدود التالية:

الحدود الموضوعية: اقتصرت الدراسة على ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي التالية: (الاستقراء، الاستنتاج، إدراك العلاقات، التعبير الرمزي، التصور البصري المكاني، البرهان الرياضي).

الحدود البشرية: اقتصرت عينة الدراسة على (٢٥٣) معلمًا ومشرفًا بالمراحل الابتدائية والمتوسطة والثانوية.

الحدود المكانية: اقتصرت الدراسة على مدينة نجران.

الحدود الزمنية: طبقت أداة الدراسة خلال الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ١٤٤٤هـ.

مصطلحات الدراسة

مهارات التفكير الرياضي

تعرف المهارة بأنها "القدرة على القيام بعمل ما بشكل يحدده مقياس مطور لهذا الغرض، وذلك على أساس من الفهم والسرعة والدقة"(أبو الحاج،٢٠١٦، ص٣٠).

ويعرف المالكي (٢٠١٦) التفكير الرياضي بأنه "نشاط عقلي منظم يتسم بالمرونة، ويهدف لاستخدام المتعلم لكل صور التفكير أو بعضها عند التعامل مع المحتوى الرياضي سواء أنشطة أو تمارين أو مسائل رياضية"(ص١٨٨).

بينما تعرف مهارات التفكير الرياضي بأنها " نشاط عقلي منظم يتسم بالمرونة، يهدف إلى حل المشكلات الرياضية باستخدام بعض أو كل المهارات التالية: الاستقراء، الاستنباط، التعميم، المنطق الشكلي، البرهان الرياضي، التعبير بالرموز، التصور البصري، التفكير العلاقي، التفكير الاحتمالي"(قزامل،٢٠١٣، ص١٧٤).

وتعرف مهارات التفكير الرياضي إجرائياً بأنها نشاط عقلي منظم يهدف لاستخدام معلمي الرياضيات الممارسات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي التالية: الاستقراء، الاستنتاج، إدراك العلاقات، التعبير الرمزي، التصور البصري المكاني، البرهان الرياضي. وتقاس من خلال استجابات أفراد عينة الدراسة على الأداة التي أعدها الباحث لهذا الغرض.

الإطار النظري للدراسة

التفكير الرياضي Mathematical Thinking

يعتبر التفكير الرياضي أحد أهم المصطلحات في أبحاث الرياضيات التربوية؛ إذ أُستخدم على نطاق واسع في أبحاث تعليم الرياضيات كمؤشر مهم لتقييم المهارات الرياضية التي يجب تطويرها لدى التلاميذ.

ويعد التفكير الرياضي مصطلح واسع يحتوي على العديد من المنظورات والمعاني. فلكل باحث وجهة نظره الخاصة حول هذا الموضوع. وبصفة عامة، فيعرّف التفكير الرياضي باعتباره "عملية تحتوي على واحد على الأقل من الأنشطة الذهنية والمتعلقة بالرياضيات، مثل: الاستنتاج والتجريد والتخمين والتمثيل والتبديل بين التمثيلات المختلفة، والتحليل، إجراء ارتباطات، والتعميم والإثبات(Nepal,2016,p.46).

وقد تطور هذا المفهوم مع الوقت، ففي البداية، عرف التفكير الرياضي بأنه طريقة تفكير تحتوي على عمليات ذهنية وديناميكيات وعمليات تتعلق بعمل الرياضيات. بينما في الوقت الحاضر، قدم الباحثون تعريفًا للتفكير الرياضي أكثر اتساعاً، ليشمل معظم الجوانب المتعلقة بعمل الرياضيات وتعلمها داخل الفصول الدراسية وخارجها. فعلى سبيل المثال، يصف بوردافود وآخرون (Pourdavood, et al., 2020)، التفكير الرياضي بأنه "عملية عقلية

مدعومة بالمعرفة الرياضية ونوع معين من الاستعداد نحو تحقيق حل للمشكلة". كما عرف بأنه "عملية تتضمن حل المشكلات، والبحث عن الأنماط، وعمل التخمينات، واختبار الحدود، واستدلال البيانات، والتجريد، والشرح، والتبرير، وغيرها"(Toheri&Winarso,2017,p.2). بالإضافة إلى ذلك، أظهر سيسونو (Siswono, 2011)، أن التفكير الرياضي يعتبر شكل من أشكال التفكير العقلي أو النشاط المرتبط بالرياضيات، والذي يعتمد على مجموعة من جوانب التفكير (استقرائي – استدلالي). كما عرف بأنه "عمليات عقلية تدعمها المعرفة الرياضية، ونوع معين من النزعات نحو تحقيق حل لمسائل الرياضيات" (Yong & Lim,2008,p.76).

بينما يعرّف (Liu & Niess, 2006) المشار إليه في (Mumcu & Aktürk,2017,p.225) التفكير الرياضي على أنه "مزيج من العمليات المعقدة التي تتضمن: التخمين، والاستقراء، والاستدلال، والتخصيص، والتعميم، والقياس، والاستنتاج، والتحقق". كما يعرف وفقاً لهندرسون (٢٠٠٢) المشار إليه في (Azak & Bilgiç,2019, p.109) بأنه " تطبيق العمليات الرياضية، سواء بشكل علني أم لا، في حل المشكلات". كما يعرف التفكير الرياضي وفقاً لمايسون وآخرون .Mason, et al (١٩٩١) المشار إليه في (Nepal,2016, p.46) بأنه " عملية ديناميكية، من خلال تمكين الفرد من زيادة تعقيد الأفكار التي يمكنه التعامل معها، وتوسيع فهمه".

وفي ضوء ما سبق يمكن القول بأن التفكير الرياضي عبارة عن نشاط عقلي معقد هادف فهو مرتبط بجوانب التعلم في الرياضيات، كما يرتبط بالعمليات الرياضية المختلفة، يسعى لحل المشكلات الرياضية التي تواجه الفرد ويعمل على توسيع فهمه.

خصائص التفكير الرياضي:

يختلف التفكير الرياضي عن باقي أنماط التفكير، وتتمثل الميزة الأكثر أهمية التي تميز التفكير الرياضي، عن أشكال التفكير الأخرى في أن المتعلم يكتسب معرفة أو مفهومًا جديدًا باستخدام بعض المهارات مثل الاستقراء والاستنباط والبرهان والتعميم والتجريد وإدراك العلاقات باستخدام المعرفة والمفاهيم الرياضية التي سبق تعلمها.

وبصفة عامة، يحدد ليم وهوا (Lim & Hwa, 2006) المشار إليه في (Yong & Lim,2008,p.76) خصائص التفكير الرياضي، على النحو التالي: (١) ينطوي على توظيف المهارات والاستراتيجيات العقلية. (٢) يتأثر بشدة بميول أو معتقدات أو اتجاهات الفرد.

(٣) يظهر الوعي والتحكم في تفكير المرء مثل ما وراء المعرفة. (٤) إنها أنشطة تعتمد على المعرفة.

مهارات التفكير الرياضي

بمراجعة الأدبيات والدراسات ذات الصلة لوحظ وجود اختلاف بين الباحثين في تحديد مهارات التفكير الرياضي؛ وقد يعزو ذلك إلى اختلاف الخصائص النمائية للتلاميذ تبعاً لكل مرحلة تعليمية، إلى جانب المحتوى الرياضي لكل مستوى دراسي، علاوة على تعدد المسميات للمهارة الواحدة. وفي ضوء طبيعة الدراسة الحالية، تم الاقتصار على المهارات التالية:

مهارة الاستقراء Induction Skill

تعبر هذه المهارة عن "الانتقال من الجزئيات إلى الكليات أي التوصل إلى نتيجة أو تعميم (نظرية أو قانون) من خلال دراسة عدد كاف من الحالات الفردية لإدراك خصائصها، والوصول من ذلك إلى الخصائص المشتركة العامة لاستخلاص قاعدة معينة"(عبدالعال،٢٠٢٠، ص٣٨).

كما يعرف وفقاً لدينجمان وآخرين (Dingman, et al. ,2019) بأنه "عملية التفكير التي تتضمن فحص البيانات أو الأمثلة المتعددة لتمييز الاتجاه أو النمط أو الانتظام الذي يؤدي إلى إجراء تخمين أو تعميم مؤقت، بناءً على الأدلة التجريبية"(p.53). كما يعرف بأنه "قدرة الفرد على استخلاص تعميمات من حالات خاصة لمواد معينة"(قزامل،٢٠١٣، ص١٧٢).

وتعرف هذه المهارة وفقاً للمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي(NCTM, 1989) بأنها "عملية منطقية تساعد في استخراج الحالات العامة من حالة جزئية، واكتشاف العلاقات المحتملة".

وعليه يمكن القول بأن مهارة الاستقراء كإحدى مهارات التفكير الرياضي تعني القدرة على عمل تعميمات رياضية بناءً على ملاحظات لحالات معينة.

ويعتبر قياس المعلم وجمعه لزوايا مجموعة متنوعة من المثلثات، ثم تخمين أن مجموع زوايا أي مثلث هو ١٨٠ درجة، أحد الأمثلة على هذا النوع من التفكير. على الرغم من أن هذه الحجة على سبيل المثال، استناداً إلى أدلة تجريبية، قد تكون مقنعة وهي مسعى جدير بالتفكير الرياضي، إلا أن الاستقراء لا يمكن إلا أن يكون مؤقتاً؛ لأنه ليس برهاناً رسمياً يعمم على جميع الحالات.

ومن الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية مهارة الاستقراء لدى التلاميذ، كما يذكرها الهويدي (٢٠٠٦) المشار إليه في (التونسية،٢٠١٧، ص٣١٢): (١) عرض أمثلة جزئية متعددة كمقدمات. (٢) تشجيع التلاميذ على ملاحظة الأشياء المشتركة بين المقدمات. (٣) تشجيع التلاميذ على استخلاص النتائج المرتبطة بالمقدمات. (٤) التعبير عن النتائج بلغة المتعلم

كما يحدد أسودا (Isoda, 2012)بعض الجوانب المهمة لتدريس التفكير الاستقرائي، منها: (١) أنه من المهم أن يتم استخدام التفكير الاستقرائي في المواقف الصحيحة. بمعنى آخر، من الضروري تعليم التلاميذ فوائد التفكير الاستقرائي، والتي تتمثل إحداها في تجربة المشكلات التي لا يستطيع التفكير الاستنتاجي حلها بشكل جيد. (٢) نظرًا لأن القواعد الاستقرائية لا تكون دائمًا صحيحة، يجب أن يتعلم المتعلم ضرورة التحقق من القواعد باستخدام البيانات الجديدة. (٣) من المهم تعريف المتعلم بأن الاستقراء يشمل ما يلي: الحالات التي يجمع فيها المرء قدرًا معينًا من البيانات، ويعيد فحص البيانات لاكتشاف القواعد والحالات التي يكتشف فيها المرء القواعد أثناء جمع البيانات، في محاولة للعثور على التعميمات، والحالات التي يقوم فيها المرء بجمع البيانات أثناء توقع القواعد، والتحقق منها(p.56).

مهارة الاستنتاج Deduction Skill

يمكن تعريف مهارة الاستنتاج بأنها "قبول فكرة عامة على أساس أنها صحيحة (مسلمة، أو نظرية، أو قانون)، ومن ثم الحكم على الحالات الجزئية المتعلقة بتلك الفكرة بأنها صحيحة(عبدالعال،٢٠٢٠، ص٣٨). والاستنتاج هو "عملية استنتاج الاستنتاجات من المعلومات المعروفة (المقدمة) بناءً على قواعد المنطق الرسمية، حيث يجب أن تأتي الاستنتاجات من المعلومات المقدمة، بدون الحاجة إلى التحقق من صحتها من خلال التجارب"(Siswono, et al.,2020, p.419).

ووفقاً لأندرسون (Anderson, et al., 2018)، فإن الاستنتاج مشتق من بيان واحد واسع للحقيقة أو من فرضية رئيسية (أ). يتبع الافتراض الرئيسي فرضية ثانوية (ب)، تم إنشاؤها لزيادة تحديد وتضييق الحقيقة الموضحة في المقدمة الرئيسية (أ). أخيرًا، يتم استخلاص استنتاج (ج) من المقدمات الرئيسية والثانوية، ويقدم استنتاجًا جديدًا يُعرف أنه صحيح بناءً على المقدمات الرئيسية والثانوية.

وتعتبر مهارة الاستنتاج مهارة مركبة، تتكون من مجموعة من المهارات الفرعية، يحددها محمد وآخرون (٢٠١٩) في: (١) تطبيق القاعدة العامة على حالات خاصة. (٢) تطبيق العلاقات واستخدامها بطريقة صحيحة على متغيرات وأفكار جديدة. (٣) تطبيق المبادئ والتعميمات والنظريات في مواقف جديدة. (٤) تحديد العلاقة بين القواعد العامة والحالات الخاصة. (٥) التمييز بين المعلومات الصحيحة والمعلومات الخاطئة. (٦) تفسير القواعد العامة.

وفي ضوء ما سبق يمكن القول بأن الاستنتاج هو عملية ذهنية ينتقل فيها المتعلم من الكل إلى الجزء، أي من القواعد أو النظريات العامة إلى الحالات الخاصة، بحيث يتم الانتقال من المسلمات المؤكد صحتها مع اتباع الأدلة والحجج للوصول إلى خطأ أو صحة مشكلة أو مسألة معينة. أي أن مهارة الاستنتاج هي القدرة على عمل ملاحظات محددة بناءً على التعميمات.

مهارة إدراك العلاقات Perceiving Relationships Skill

تتميز الرياضيات بأنها علم منظم ومنهجي، تترابط فيها المفاهيم والمبادئ مع بعضها البعض بعلاقات. يتطلب الفهم الرياضي من التلاميذ إدراك الروابط بين الأفكار والحقائق والإجراءات والعلاقات الرياضية. وبالتالي، فإن بناء العلاقات ومراجعتها وفهمها أمر أساسي للتفكير الرياضي.

وتعرف هذه المهارة بأنها" عملية التفكير التي تقوم على فهم العناصر المكونة لموقف معين، والتوصل إلى العلاقات التي تربط الموقف المشكل" (محمد وآخرون،٢٠١٩، ص٥٤٩). كما يقصد بها "القدرة على التوصل إلى علاقات استنتاجية بين المقدمات والنتائج"(قزامل،٢٠١٣، ص١٧٣). ويعرفها الباحث بأنها القدرة على تصور الترابط والعلاقة بين الأفكار أو المفاهيم أو التمثيلات الرياضية واستخدامها.

وتعد مهارة إدراك العلاقات من المهارات المركبة، التي تتكون من عدد من المهارات الفرعية، يمكن تحديدها فيما يأتي: إدراك عناصر الموقف الرياضي، إدراك مدلول جميع مصطلحات الموقف الرياضي، إدراك وتحديد العلاقات القائمة بين عناصر الموقف الرياضي، إدراك العلاقات القائمة بين عناصر الموقف الرياضي الحالي ومواقف رياضية سابقة، إدراك العلاقات بين المعلومات المقدمة والأشكال الممثلة لها، إدراك العلاقات بين المقدمات والنتائج، اكتشاف العلاقات بين النتائج التي تم التوصل إليها(الحربي،٢٠٠٨، ص١٥٧).

ويرى الباحث أن المعلمون يؤدون دورًا مهمًا في مساعدة التلاميذ على إدراك العلاقات. ويتطلب ذلك الدور قدرة المعلم على ربط المفاهيم والإجراءات ببعضها البعض، وتوقع التسلسل الهرمي أو التعقيد واتخاذ قرارات بشأن هذا التسلسل.

مهارة التعبير بالرموز Symbolism

تعتبر هذه المهارة إحدى مهارات التفكير الأساسية التي ينبغي تنميتها لدى التلاميذ في صفوف الرياضيات حيث تتميز الرياضيات بالتجريد واستبدال التعبيرات اللفظية بالرموز.

وتعرف مهارة التعبير بالرموز بأنها "القدرة على استخدام الرموز في تفسير وحل المشكلات الرياضية. كما تتضمن الاستخدام الإبداعي وتفسير الرموز عند وصف المواقف الرياضية وحالات حل المشكلات. كما تشمل اختيار الرموز ومهارات التلاعب المرن والرموز في السياق"(Mutodi & Mosimege,2021,P.1184).

كما يعرفها عبدالعال (٢٠٢٠) بأنها "استخدام الرموز للتعبير عن الأفكار الرياضية أو الجمل اللفظية الرياضية، أو مهارة الترجمة الرياضية التي تهتم بتحويل اللغة الرياضية من صورة لأخرى، خاصة تحويل الصورة اللفظية إلى رمزية. وترتبط هذه المهارة بصورة وثيقة بمهارات الترجمة الرياضية التي تضم تحويل الألفاظ أو الأشكال إلى الرموز والعكس"(ص٣٨-٣٩).

كما أضاف المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي (NCTM, 1989)، أن التفكير الرمزي هو التفكير من خلال الرموز والمجردات، وليس من خلال البيانات الحسية، ويتضح استخدام ذلك النوع من التفكير في الرياضيات في حل المسائل في موضوعات الجبر والهندسة".

وعليه يمكن تعريف مهارة التعبير بالرموز بأنها القدرة على التفكير الذي يهدف إلى التعبير عن المشكلات الرياضية بالرموز. وتتضمن هذه المهارة قراءة وفهم المصطلحات الرياضية للتعبير عن المشكلات باختصار ووضوح باستخدام الرموز المناسبة.

وتتكون مهارة التعبير بالرموز من مجموعة من المهارات الفرعية، يحددها الحربي(٢٠٠٨، ص١٥٧) فيما يلي: فهم العبارات الرمزية المعطاة أو التعميم أو المسألة، والتعبير رمزياً عن المفاهيم الرياضية، والترجمة الرمزية للعبارة اللفظية المعطاة، أو المسألة، والترجمة اللفظية للعبارة الرمزية أو المسألة المعطاة، واستخدام الرموز والأشكال الرياضية المناسبة للتعبير عن العلاقات، وتحديد المصطلحات المتضمنة في العبارة أو المسألة المعطاة.

ومن الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية مهارة التعبير بالرموز لدى التلاميذ، ما يلي: تشجيع المتعلم على قراءة العبارة الرياضية اللفظية أو الرمزية قراءة صحيحة، وتحويل العبارة اللفظية إلى صورة رمزية، وتحديد المصطلحات، أو الرموز الواردة في العبارة الرياضية، فضلاً عن تشجيع المتعلم على تحديد العلاقة بين متغيرات العبارة الرياضية بالرموز (الشمري وآخرون،٢٠٢١).

مهارات التصور البصري المكاني Spatial Visualization Skill

يوصف التصور المكاني بأنه مهارة أساسية لفهم وتطوير المهارات الرياضية الأساسية. فكما يشير هاوز وأنصاري (Hawes & Ansari, 2020) إلى أن تمثيل الأرقام في الفضاء أو الفراغ يعد أمرًا أساسيًا لكيفية تفعيل الرياضيات وتعلمها. فمن منظور تاريخي، من الصعب، إن لم يكن من المستحيل، فحص الاكتشافات الرئيسية في الرياضيات دون الاعتراف بالأهمية المركزية التي تمنح لتمثيل الأرقام والأشكال في الفضاء. فعلى سبيل المثال، تعتبر نظرية فيثاغورس، ونظام الإحداثيات الديكارتية، والأرقام الثلاثية، وخط الأعداد الحقيقي، ومبدأ كافالييري من الأمثلة الشهيرة للتعيينات العددية المكانية(P.465).

وقد حاول عدد من الباحثين تعريف التصور البصري المكاني. فعلى سبيل المثال، عرفه McGee (١٩٧٩) المشار إليه في (Günhan, et al.,2009, p.152) بأنه " القدرة على التدوير والتلاعب والالتواء عقليًا للأجسام المُحَرّكة ثنائية وثلاثية الأبعاد". كما يعرف التصور المكاني بأنه "القدرة على المقارنة المرئية للأشكال التي تغيرت في موضعها على سطح مستو أو في الفضاء. ويعد هذا جانبًا مهمًا للغاية لإدراك أن الشكل يبقى على حاله حتى عندما ينقلب أو ينعكس أو يستدير (التعرف على الأشكال من خلال الدوران الذهني)"(Makamure&Jojo,2021,P.224).

كما يقصد بهذه المهارة "القدرة على معالجة الأشكال ذهنياً عند ثنيها أو تدويرها أو إعادة ترتيبها، فهو القدرة على تخيل وتصور شكل صورة أو جسم بعد إجراء بعض التعديلات عليه؛ كالثني أو اللف أو التحويل، كذلك القدرة على إعادة ترتيب مجموعات من الأجسام أو الأجزاء الخارجية لجسم ما"(الضلعان،٢٠٢٢، ص٢٢٧).

وعليه يمكن تعريف التصور البصري المكاني كأحد مهارات التفكير الرياضي بأنه تمثيل الأرقام في الفضاء ومعالجة صورة أو شكل أو جسم ما عند تغيير موضعه على سطح مستو أو في الفضاء.

ويمكن تحديد العناصر الفرعية المكونة لمهارة التصور البصري المكاني، على النحو الذي ذكره مولكي وآل مسعد (٢٠١٨): (١) التمييز بين الأشكال الهندسية المستوية والمجسمة. (٢) إدراك الأشكال الناتجة من الدوران والثني في الفراغ. (٣) تحديد العلاقات بين الأشكال الهندسية المتداخلة. (٤) إدراك الأوضاع المختلفة للشكل الهندسي. (٥) تمييز الشكل المختلف عن مجموعة من الأشكال. (٦) تمييز الأشكال الهندسية المتماثلة والمتشابهة. (٧) تمييز الأشكال والمجموعات المركبة والمتداخلة. (٨) تمييز حركة الأشكال الهندسية المختلفة.

ويحدد حكمي (٢٠١٩) مجموعة من الأساليب والأنشطة التربوية التي من شأنها تطوير مهارة التصور البصري المكاني لدى التلاميذ، منها: استخدام مواد التركيب، وأنشطة طي الورقة، وأنشطة أعواد الثقاب وأنشطة الفنون التي تتضمن أشكالاً هندسية متداخلة، ثم يطلب من المتعلم تحديد نوع وعدد الأشكال والعلاقات أو التحولات الهندسية الموجودة في الشكل.

مهارات البرهان الرياضي Mathematical Proof Skills

بشكل عام، يعتبر البرهان مفهومًا خاصًا بالرياضيات. ويعرف البرهان وفقاً لفرج الله (٢٠١٩) بأنه "مجموعة من الخطوات المرتبة منطقياً والصادقة بناءً على بديهيات النظام، والتي من خلالها نستطيع إثبات صحة نظرية أو خطئها". والبرهان هو الوسيلة الوحيدة التي من شأنها تأكيد ما تم استنتاجه من نظريات، ولا يُقبل انتماء النظرية للنظام إلا بعد البرهان على صحتها (ص١٥). ويعرف الباحث البرهان الرياضي بأنه حجة رياضية سليمة توضح حقيقة أو خطأ ادعاء معين. ويتم استخدامه لتأكيد النتيجة، وإقناع الآخرين بقبول هذه المعرفة، ولإيجاد نتيجة ووضع جميع النتائج الموجودة في النظام الاستنتاجي.

وتعرف هذه المهارة وفقاً للمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي (NCTM, 1989) بأنها " الاعتماد على البديهيات (المسلمات) الرياضية ونتائج هذه البديهيات (النظريات)، لتقديم الدليل المنطقي على صحة نظرية رياضية.

ويدي البرهان دورًا رئيسيًا في تطوير المعرفة الرياضية وتأسيسها وتوصيلها. كما إنه أهم خصائص الرياضيات التي تمييزها عن التخصصات الأخرى. ولذلك، يمكن اعتباره جزءًا لا غنى عنه في الرياضيات. بالإضافة إلى ذلك، يتم وضع البرهان الرياضي كعنصر أساسي في أي تعليم رياضي. وكما يشير التميمي (٢٠١٧) أن البرهان الرياضي يقع في قمة مستويات التفكير في الهندسة وفروع الرياضيات الأخرى. ويعتبر من أعقد المتطلبات في حل المسألة التي تقع في قمة النتاجات التعليمية(ص٢١).

كما يؤكد كو وكنيوث(Ko & Knuth, 2009)، أن "البرهان يعتبر من المهارات الحاسمة في التفكير الرياضي المتقدم؛ لأنه يساعد في توضيح ما إذا كانت الافتراضات صحيحة أم خاطئة ولماذا". وهو مفيد للحصول على نظرة ثاقبة للأفكار الرياضية المتضمنة، ومساعدة التلاميذ على تحقيق فهم أعمق للمفاهيم والعلاقات بينهم(p.68). كما تتشابك التعاريف والبيانات والإجراءات في البرهان الرياضي بطريقة مناسبة من أجل الحصول على النتيجة المرجوة، وهو ما يساعد على تحسين فهم التلاميذ للمنطق الكامن وراء البيان أو العبارة الرياضية.

ويسهم تدريس البرهان الرياضي بشكل متقن وصحيح في إكساب التلاميذ أساليب متنوعة من التفكير، تساعده على اكتشاف الجديد وتغرس لديه دافعية تعلم المزيد، مما ينعكس إيجابياً على قدرته في التعامل مع مستويات أعلى في مادة الرياضيات أو حتى مواد أخرى، وكذلك معالجة مشكلات الحياة اليومية(العنزي،٢٠١٩، ص٢٤٦).

ويتطلب التدريس الناجح لمهارة البرهان الرياضي من المعلمين امتلاك معرفة موضوعية بالمحتوى، والتي تنقسم إلى المعرفة العامة بالمحتوى (Common Content Knowledge)، والتي تعرف بأنها معرفة موضوعية مشتركة مع الآخرين الذين يستخدمون الرياضيات، ومعرفة متخصصة بالمحتوى (Specialized Content Knowledge). علاوة على امتلاك معرفة المحتوى التربوي (Pedagogical Content Knowledge)، والتي تنقسم إلى معرفة بالمحتوى والتلاميذ ومعرفة بالمحتوى والتدريس(Lesseig,2017,p.254-255).

ممارسات المعلم الداعمة لمهارات التفكير الرياضي

يقوم المعلم بدور حاسم في توجيه التلاميذ نحو تطوير فهم أعمق للأفكار الرياضية، بالاعتماد على الأساليب والأدوات التي تدعم التفكير الرياضي. في هذا الصدد، يشير هربرت وويليامز (Herbert &Williams ,2021)، إلى أن الفرص التي يوفرها المعلمون للطلاب للتفكير رياضيًا يمكن أن تعزز تطوير تفكير طلابهم، كما أن ثقافة الفصل الدراسي لها تأثير في تطوير التفكير عندما يُتوقع من التلاميذ أن يقوموا بإيصال تفكيرهم بوضوح من خلال التعبير عن أفكارهم؛ شرح وتبرير تفكيرهم، وتحديد العيوب في تفكير الآخرين.

وبصفة عامة، يحدد مونتر (Munter ,2014) ثلاثة أدوار للمعلمين في تحقيق تعليم عالي الجودة في صفوف الرياضيات، وفهم أعمق للأفكار الرياضية تتمثل في: (١) يجب عليهم الانخراط مع التلاميذ في الحجة الرياضية. (٢) يجب أن يلعبوا دوراً استباقياً في دعم وتسقيل

Scaffolding حوار التلاميذ من خلال استخدام شرحهم وأسئلتهم كمحتوى للدرس، واختيار اللحظة المناسبة لمشاركة المعلومات الأساسية مثل الاتفاقيات والأساليب البديلة أو التعبير عن الأفكار المهمة في أساليب التلاميذ. (٣) يجب على المعلمين التأكد من أن "مسؤولية تحديد صحة الأفكار تقع على عاتق مجتمع الفصل الدراسي" وليس فقط على عاتق المعلم أو الكتاب المدرسي.

وهناك مجموعة متنوعة من التعبيرات لوصف الأدوار المتعددة التي يؤديها المعلم في عملية تطوير التفكير الرياضي للتلاميذ، ومنها: المعلم كميسر، والمعلم كمنسق للتعلم، والمعلم كمساعد للمتعلم، والمعلم كمستجيب لتفكير التلاميذ. وتشترك جميع هذه التوصيفات المختلفة في ثلاثة إجراءات تعليمية محددة يُفترض أنها تعمل على تحسين استقلالية التلاميذ وتقدمهم الرياضي، وتشمل: الاستدعاء Eliciting والدعم Supporting والتوسيع Extending(Yao & Manouchehri,2020,P.1).

ويعد استدعاء تفكير التلاميذ من الممارسات التعليمية الأساسية المفيدة في العديد من السياقات ومجالات المحتوى. ولذلك، يعتبر امتلاك معلم الرياضيات لمهارات استدعاء وإثارة تفكير التلاميذ أمرًا بالغ الأهمية؛ لأنها مهارات أساسية لمساعدة التلاميذ على فهم الأفكار الرياضية بعمق. ووفقاً لسيلفر (Silver, 1997) المشار إليه في (Herbert & Williams, 2021) يمكن تعريف الاستدعاء بأنه "مجموعة إجراءات التدريس التي تخدم وظيفة استخلاص الأفكار الرياضية للطلاب". وتشمل الممارسات التدريسية التي تحفز استدعاء تفكير التلاميذ: التحقيقات والاستكشافات؛ التعلم من الأقران والجماعات؛ تطبيقات العالم الحقيقي، الألعاب التعليمية باستخدام التلاعب والتمثيلات المرئية(Kurniasih, et al.,2020).

بينما تحاول الإجراءات الداعمة تنسيق عمل التلاميذ وإدارته. ومن الإجراءات الداعمة: اقتراح المعلم استراتيجيات، ويقدم تفسيرات، ويسجل و / أو يعيد التعبير عن أفكار التلاميذ. وتشمل الإجراءات الداعمة الأكثر انتشاراً تذكير التلاميذ بأهداف المهام وما يعرفونه بالفعل، وتغيير أفكار التلاميذ، وتقديم استراتيجيات بديلة وتفسيرات مفاهيمية.

فيما تعتبر الإجراءات الموسعة تدخلات توسع التفكير الرياضي، خاصة من حيث تعميم استراتيجيات التلاميذ أو أفكارهم وتطوير مبررات مناسبة رياضياً. ومن الممارسات الشائعة المرتبطة بالتوسيع تشجيع الاستدلال، وتشجيع التأمل، والضغط من أجل التبرير والتعميم، وخلق مساحة لتطوير رؤى رياضية جديدة(Yao & Manouchehri,2020).

وفي ضوء ما سبق يمكن ايجاز بعض ممارسات المعلم الداعمة لتطوير التفكير الرياضي لدى التلاميذ فيما يأتي: توظيف المهام التي تساعد في تعميق الفهم للمحتوى الرياضي من خلال مهارات التفكير الرياضي، تشجيع التلاميذ على ممارسة مهارات التفكير الرياضي، تذكيرهم بأهداف المهام، وتقديم الدعم لهم أثناء ممارساتهم للتفكير الرياضي بطرح تساؤلات أو طرح استراتيجيات بديلة، تشجيع التلاميذ للتعبير عن أفكارهم، واستخدام الرموز أو التمثيلات المرئية، تشجيع المناقشات بين الأقران داخل الصف الدراسي، تشجيع التلاميذ لطرح مبررات مناسبة رياضياً، وتشجيعهم على الاستدلال والتأمل، حثهم على تعميم ما تم التوصل إلي من أفكار أو استراتيجيات.

الدراسات السابقة

ولأهمية امتلاك معلم الرياضيات مهارات التفكير الرياضي، أجرى بني بكار (٢٠٢٢) دراسة هدفت إلى تعرف درجة توظيف مهارات التفكير الرياضي لدى معلمي الرياضيات في محافظة جرش من وجهة نظر طلبة المرحلة الأساسية في ضوء متغير التحصيل في الرياضيات، ولتحقيق ذلك تم اختيار عينة عنقودية عشوائية مكونة من (٩) مدارس من مدارس المرحلة الأساسية حيث بلغ عدد أفرادها (٦٤٢) طالبًا وطلبة، طبق عليهم مقياس توظيف مهارات التفكير الرياضي. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن معلمي الرياضيات يوظفون مهارات التفكير الرياضي في التدريس بدرجة مرتفعة بمتوسط (٣.٧٥) من ٥ وهو أقل من المستوى المقبول تربوياً (٨٠٪).

ولربط التفكير الرياضي بمستحدثات التقنية، أجرت سليم (٢٠٢١) دراسة هدفت إلى تعرف دور الواقع المعزز في تنمية التفكير الرياضي والتقبل التكنولوجي من وجهة نظر معلمي الرياضيات. وشملت عينة الدراسة (١٧١) معلمًا ومعلمة، حيث تم تطبيق استبانة لجمع البيانات، وأظهرت نتائج الدراسة وجود دور كبير للواقع المعزز في تنمية التفكير الرياضي والتقبل التكنولوجي، كما أنه توجد فروق في استجابات العينة تعزى لمتغير النوع، بينما لا توجد فروق في الاستجابات تعزى لمتغير المرحلة الدراسية.

وبما أن ممارسات معلم الرياضيات الداعمة للتفكير ذات أهمية قصوى، حاولت دراسة الشمري وخطاب وخليل (٢٠٢١) الكشف عن واقع الممارسات التدريسية لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية الداعمة لتنمية مهارات التفكير الرياضي في مدينة حائل، وتكونت

عينة الدراسة من (٩٧) معلمة رياضيات، وتم استخدام استبانة غطت مهارات التفكير الرياضي التالية: الاستقراء، والاستنتاج، والتعليل، والتبرير، والتخمين، والتعبير بالرموز)، وأظهرت نتائج الدراسة أن ممارسات المعلمات الداعمة لمهارات التفكير الرياضي جاءت بدرجة عالية، كما جاء ترتيب المهارات كما يلي: التعبير بالرموز ثم التعليل والتبرير ثم الاستنتاج ثم الاستقراء ثم التخمين.

وفي ذات السياق، سعت دراسة الشهري (٢٠٢٠) إلى التعرف على واقع ممارسات معلمي الرياضيات الصفية القائمة على مهارات التفكير الرياضي واتجاهاتهم نحوها في تدريس الرياضيات لطلاب المرحلة الابتدائية بمنطقة تبوك. ولجمع البيانات تم استخدام الاستبانة لـ (٢٤٣) معلمًا، بينما تم استخدام بطاقة الملاحظة لـ (١٠) معلمين بطريقة مقابلة المجموعة المركزة. وخلصت النتائج إلى أن واقع ممارسات معلمي رياضيات المرحلة الابتدائية الصفية لمهارات التفكير الرياضي بشكل عام بدرجة متوسطة. وجاءت وفق الترتيب الآتي (الاستقراء، الاستنتاج، والبرهان الرياضي) جميعها متحققة بدرجة متوسطة، باستثناء مهارة التعبير بالرموز جاءت بدرجة متدنية. وفي الجانب الكيفي أظهرت النتائج أغلب المشاركين لديهم اتجاهات إيجابية بشكل عال نحو مهارات التفكير الرياضي، ولكنهم يمارسونها بدرجة متوسطة.

وانطلاقًا من أهمية البرامج التدريبية المستندة لنظريات علمية، سعت دراسة عبدالعال (٢٠٢٠) إلى بناء برنامج مقترح قائم على مبادئ نظرية المرونة المعرفية وقياس فاعليته في تنمية مهارات تدريس التفكير الرياضي واتخاذ القرار لدى معلمي الرياضيات. ولتحقيق هدف الدراسة تم إعداد قائمة بمهارات تدريس التفكير الرياضي، إعداد البرنامج المقترح القائم على نظرية المرونة المعرفية، إعداد أدوات التقويم المتمثلة في: اختبار الجانب المعرفي لمهارات تدريس التفكير الرياضي، وبطاقة ملاحظة مهارات تدريس التفكير الرياضي، ومقياس مهارات اتخاذ القرار، والتجريب الميداني. وأظهرت نتائج الدراسة وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات المعلمين في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار الجانب المعرفي لمهارات تدريس التفكير الرياضي لصالح التطبيق البعدي، وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات المعلمين في التطبيقين القبلي والبعدي لبطاقة ملاحظة مهارات تدريس التفكير الرياضي لصالح التطبيق البعدي، وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات المعلمين في التطبيقين القبلي والبعدي مقياس اتخاذ القرار لصالح التطبيق البعدي.

وسعت دراسة كورنياسيه وآخرون (Kurniasih, et al., 2020) إلى وصف الممارسات التحفيزية لمعلم الصف الخامس الابتدائي الهادفة لتوسيع قدرة التلاميذ على التفكير في تعلم الرياضيات. اعتمدت الدراسة على المنهج الوصفي النوعي، تم الحصول على البيانات باستخدام طرق الاستبيان المفتوحة. تألفت العينة من (٩) معلمين من معلمي الصف الخامس الابتدائي من (٩) مدارس مختلفة بمنطقة سيمارانغ بإندونيسيا. أظهرت نتائج الدراسة أن الممارسات التحفيزية لمعلم الصف الخامس الابتدائي في توسيع مهارات تفكير التلاميذ في تعلم الرياضيات شملت طرح المشكلات وطرح الأسئلة الإرشادية وتسهيل التقنية (مقاطع فيديو التعلم / / PowerPoint Plickers) والأغنية. كانت توصية تحفيز معلم الصف الخامس الابتدائي لتنمية قدرة التلاميذ على التفكير الرياضي هي طرح الأسئلة الاستقصائية واللعب.

وهدفت دراسة المالكي وخليل وعواجي (٢٠٢٠) إلى تعرف مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات في ضوء المجالات المعرفية للاختبارات الدولية TIMSS(المعرفة، والتطبيق، والاستدلال) وتم استخدام بطاقة ملاحظة واستبانة لجمع البيانات من عينة شملت (٣٣) معلمًا ومعلمة. وقد أشارت نتائج الدراسة إلى أن مستوى ممارسات المعلمين كان عاليًا بمتوسط (٣.٥٣ من ٥)، وتوجد فروق تعزى لمتغير النوع لصالح المعلمات، كما توجد فروق تعزى لمتغير الخبرة لصالح عدد السنوات الأعلى.

وسعت دراسة الجابري والغيث (Aljaberi & Gheith, 2019) إلى تحديد مستوى قدرة معلمي الفصل قبل الخدمة على التفكير (الاستقرائي والاستنتاجي) في موضوعات الرياضيات والعلوم، وعلاقتها بأساليب التعلم لديهم. اعتمدت الدراسة المنهج الوصفي التحليلي، تم اختيار عينة مكونة من (١٤٤) معلمًا في الفصل قبل الخدمة بإحدى الجامعات الأردنية. تم جمع البيانات باستخدام مخزون أسلوب التعلم الخاص لكولب (Kolb)، واختبار مهارات الاستقراء والاستنتاج في الرياضيات والعلوم. أظهرت نتائج الدراسة انخفاض مستوى مهارات التفكير الاستقرائي والاستنتاجي في كل من الرياضيات والعلوم، تم تحقيق درجة أقل في الرياضيات. كان أسلوب التعلم السائد استيعابًا. كما أشارت النتائج إلى عدم وجود علاقة بين مهارات التفكير الاستنتاجي بين معلمي ما قبل الخدمة وأنماط التعلم لديهم.

ولعلاقة التفكير بالتحصيل حاولت دراسة نجم (٢٠١٨) الكشف عن مستوى التفكير الرياضي وعلاقته بالتحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر من مرحلة التعليم الأساسي في الأردن. وتكونت عينة الدراسة من (٤٩١) طالبًا وطالبة من طلبة الصف العاشر،

والذين تم اختيارهم عشوائيًا من مدارس حكومية في مدينة عمان. وتكونت أدوات الدراسة من اختبار التحصيل في الرياضيات، واختبار مهارات التفكير الرياضي (الاستقراء، الاستنتاج، البرهان الرياضي، التفكير المنطقي، التعليل والتبرير "السببية"، وحل المسألة الرياضية الكلامية). وأشارت نتائج الدراسة إلى أن أداء التلاميذ على اختبار التفكير الرياضي الكلي متوسطًا، في حين كان أداء التلاميذ على اختبار الاستقراء هو الأعلى، بينما كان أداء التلاميذ على اختبار البرهان الرياضي هو الأدنى، وكان أداء التلاميذ متوسطًا في اختبارات: الاستنتاج، التفكير المنطقي، وحل المسألة الرياضية الكلامية. في حين كان أداء التلاميذ متدنيًا في اختبار التعليل والتبرير "السببية".

وفي ظل الاهتمام بتحليل مهارات التفكير، سعت دراسة مومكو وأكتورك Mumcu & (Aktürk, 2017) إلى معالجة وتحليل مهارات التفكير الرياضي (التعميم، التجريد، النمذجة، والاستنتاج، التفكير الإبداعي) لمعلمي ما قبل الخدمة. تألفت عينة الدراسة من (١٩٧) معلمًا قبل الخدمة من مختلف المراحل الصفية في مدرسة التعليم التابعة لجامعة عامة بتركيا. تمثلت أدوات جمع البيانات في اختبار مهارات الاستنتاج والتفكير الرياضي، الذي تم تطويره بواسطة Başaran(2011)، وقائمة مؤشرات مهارات التفكير الرياضي. أظهرت النتائج أن درجات المعلمين قبل الخدمة في مهارات التعميم / التجريد / النمذجة والتصديق قريبة من المتوسط في حين أن درجاتهم في مهارات التفكير الإبداعي أقل من المتوسط.

وهدفت دراسة السعود (٢٠١٠) إلى التعرف على فاعلية برنامج تدريبي لمعلمي الرياضيات في تنمية القدرة على حل المسائل اللفظية والتفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية. اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وتكونت عينة الدراسة من (٤) معلمين و(١٨٠) طالباً من طلاب الصف الأول المتوسط والثالث المتوسط في إحدى المدارس الأهلية بمحافظة جده. تمثلت أدوات الدراسة في أربع اختبارات أحدهما في المسائل اللفظية للصف الأول المتوسط، والثاني اختبار المسائل اللفظية للصف الثالث المتوسط، والثالث في التفكير الرياضي للصف الأول المتوسط، واختبار التفكير الرياضي للصف الثالث المتوسط. أظهرت النتائج فاعلية البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على حل المسائل اللفظية والتفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.

يتضح مما سبق أن التفكير الرياضي يمثل محور اهتمام العديد من الدراسات، وقد اتفقت الدراسة الحالية مع جميع الدراسات التي تم عرضها في الاهتمام بهذا النوع من التفكير،

كما اتفقت الدراسة الحالية مع دراسة بني بكار(٢٠٢٢)، ودراسة سندي(٢٠٢٢)، ودراسة الشمري وآخرون(٢٠٢١)، ودراسة الشهري (٢٠٢٠)، ودراسة كورنياسيه وآخرون (Kurniasih, et al 2020)، ودراسة المالكي وخليل وعواجي(٢٠٢٠)، ودراسة أبو الهيجاء(٢٠٠٤) في تقصي ممارسات معلمي الرياضيات التي تدعم مهارات التفكير الرياضي واختلفت عنها في العينة وهي (٢٥٣) معلماً ومشرفاً موزعين كالتالي (٢٤١) معلماً ومعلمة، من معلمي التعليم العام بالمراحل الابتدائية والمتوسطة والثانوية بمدينة نجران بالإضافة إلى (١٢) مشرفاً ومشرفة للرياضيات بإدارة تعليم نجران، وبهذا تكون اختلفت الدراسة الحالية مع أغلب تلك الدراسات في تغطيتها لمعلمي المرحلة الثانوية بالإضافة لمشرفي الرياضيات، هذا فضلاً عن مهارات التفكير الرياضي التي تم التركيز عليها في الدراسة الحالية. وقد استفادت الدراسة الحالية من الدراسات السابقة في تطوير الأداة المستخدمة، وإثراء الإطار النظري، واستخدم المنهج العلمي الأنسب، واختيار الأساليب الإحصائية الوصفية المناسبة لطبيعة الدراسة ومتغيراتها، ودعم مناقشة النتائج وتفسيرها.

منهج الدراسة

من أجل التعرف على مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران، ولتحقيق أهداف الدراسة الأخرى، تم الاعتماد على المنهج الوصفي بأسلوبه المسحي في الدراسة الحالية لجمع البيانات؛ وذلك لملائمته لطبيعة الدراسة.

مجتمع الدراسة وعينتها

تألف مجتمع الدراسة من جميع معلمي الرياضيات بالمراحل الابتدائية والمتوسطة والثانوية في الإدارة العامة للتعليم بمدينة نجران، بالمملكة العربية السعودية، في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ١٤٤٤هـ، والبالغ عددهم (٨٩٠) معلمًا ومعلمةً، بواقع (٤٣٦) معلمًا، وَ (٤٥٤) معلمةً، كما تكون المجتمع من جميع مشرفي ومشرفات الرياضيات وبلغ عددهم (١٢) مشرفًا ومشرفةً، بواقع (٧) مشرفين وَ (٥) مشرفات، إذ أجري عمل رابطٍ الكتروني يحوي أداة الدراسة "استبانة"، وتعميمه على كامل مجتمع الدراسة، من معلمي الرياضيات والمشرفين، بالتعاون مع رئيس ورئيسة قسمي الرياضيات بالإدارة العامة للتعليم بمدينة نجران، وبعد تحديد مدة الاستجابة

في (١٤) يومًا لاستقبال الردود، بلغ عدد المستجيبين (٢٥٣) مشاركًا منهم (٢٤١) معلمًا و (١٢) مشرفًا، مثلوا ما نسبته (٢٨.٠٥٪) من مجتمع الدراسة، حيث مثلت عينة الدراسة بأسلوب العينة الطبقية العشوائية، والجدول (١) يبين توزيع أفراد العينة حسب المتغيرات الديموغرافية المستخدمة في الدراسة الحالية.

الجدول (١): التكرارات والنسب المئوية لتوزيع أفراد عينة الدراسة حسب متغيرات الدراسة

المتغير	الفئة	العدد	النسبة%
الجنس	ذكر	140	55.3
	أنثى	113	44.7
المسمى الوظيفي	معلم	241	95.3
	مشرف	12	4.7
الخبرة	أقل من ١٠سنوات	154	60.9
	١٠ سنوات فأكثر	99	39.1
المرحلة الدراسية	ابتدائية	79	31.2
	متوسطة	89	35.2
	ثانوية	85	33.6
الإجمالي		253	100

أداة الدراسة

بعد الرجوع إلى الأدب النظري والدراسات السابقة المتعلقة بموضوع الدراسة الحالية والتي تهدف إلى التعرف على مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران، وبناءً على ذلك تم إعداد استبانة لهذا الغرض، التي تكونت في صورتها النهائية من (٣٠) عبارة موزعة على (٦) مجالات (الاستقراء، والاستنتاج، وإدراك العلاقات، والتعبير بالرموز، والتصور البصري المكاني، والبرهان الرياضي)،كما تم تنظيم خيارات الاستجابة وفق تدرج ليكرت الخماسي: بدرجة كبيرة جداً (٥)، بدرجة كبيرة (٤)، بدرجة متوسطة (٣)، بدرجة ضعيفة (٢)، بدرجة ضعيفة جداً (١).

الصدق والثبات

الصدق

١ – الصدق الظاهري

تم عرض أداة الدراسة على عدد من المحكمين من المشرفين التربويين وأعضاء هيئة التدريس تخصص مناهج وطرق تدريس الرياضيات، وبلغ عددهم (١٠) محكمًا، وذلك للحكم على صلاحية الفقرات من حيث الانتماء والصياغة، وتم اعتماد نسبة اتفاق المحكمين (٨٠٪) للإبقاء على الفقرات بواقع (٨) محكمين، كما تم الأخذ بآراء المحكمين وتوجيهاتهم من إضافة وحذف وتعديل.

٢– صدق الاتساق

تم تطبيق أداة الدراسة على عينة استطلاعية مكونة من (٢٥) معلم رياضيات من خارج عينة الدراسة، وتم التحقق من صدق الاتساق الداخلي للأداة من خلال احتساب معامل ارتباط بيرسون بين الفقرات من ناحية والمجال الذي تنتمي إليه، حيث انحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الأول ودرجة المجال في الفترة [٠.٧٥٨، ٠.٩٢٧] ، في حين انحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الثاني ودرجة المجال في الفترة [٠.٦٩٥، ٠.٩٢٢] ، وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الثالث ودرجة المجال في الفترة [٠.٦١٢، ٠.٨٦٦]، كما انحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الرابع ودرجة المجال في الفترة [٠.٥٢٢، ٠.٨٩٧]، وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الخامس ودرجة المجال في الفترة [٠.٤٤٠، ٠.٨٧٩]، وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال السادس ودرجة المجال في الفترة [٠.٦٣١، ٠.٧٨٠] وجميع القيم سابقة الذكر ذات دلالة إحصائية عند مستوى(٠.٠١)، فيما عدا معامل الارتباط بين درجة الفقرة (٢٣) ودرجة المجال الخامس فهو دال عند مستوى (٠.٠٥)، مما يشير لتمتع الاستبانة بصدق الاتساق الداخلي.

كما تم احتساب معامل ارتباط بيرسون بين الفقرات من ناحية والدرجة الكلية من ناحية أخرى، حيث انحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الأول والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٧٦١، ٠.٨٣٠]، في حين انحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الثاني والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٦٨٧، ٠.٨٤٥]، وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الثالث والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٤٩٥، ٠.٨٥٦]، كما انحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الرابع والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٤٩٧، ٠.٨٣٢]، وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال الخامس والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٦٤١، ٠.٨١١]، وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين فقرات المجال السادس والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٤٦٣، ٠.٨٦٦] وجميع القيم سابقة الذكر ذات دلالة إحصائية عند مستوى(٠.٠١)، فيما عدا معاملات الارتباط بين درجات الفقرات (١٢، ١٦، ٢٨) والدرجة الكلية على الاستبانة فهي دالة عند مستوى(٠.٠٥)، مما يشير لتمتع الاستبانة بصدق الاتساق الداخلي.

كما تم حساب معامل ارتباط بيرسون بين درجة كل مجال من ناحية والدرجة الكلية من ناحية أخرى وانحصرت قيم معاملات الارتباط بين درجات المجال والدرجة الكلية على الاستبانة في الفترة [٠.٨٦٠، ٠.٩٥٠] وجميعها ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠.٠١)، مما يشير لتمتع الاستبانة بصدق الاتساق الداخلي مما يشير إلى تمتع الأداة بالصدق.

الثبات

تم تطبيق أداة الدراسة على العينة الاستطلاعية (٢٥) معلم ومعلمة، وتم احتساب الثبات باستخدام ألفا كرونباخ حيث تراوحت قيم معامل ألفا لكل مهارة من مهارات التفكير الرياضي بين (٠.٧٩ و٠.٩٠)، كما جاء معامل ألفا للاستبانة ككل (٠.٩٤)، وجميعها نسب مقبولة مما يشير لتمتع الأداة بالثبات.

الأساليب الإحصائية

تم تحليل بيانات الدراسة باستخدام البرمجية الإحصائية (SPSS) الإصدار (٢٣) حيث تم استخدام ما يأتي:

- المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والرتب للإجابة عن السؤال (١).

وتم اعتماد التدريج الآتي (الفترة) لدرجة تحقق فقرات ومجالات أداة الدراسة لتحديد درجة الموافقة بالاعتماد على معادلة المدى والجدول (٢) يبين ذلك:

الجدول (٢) فترات تفسير قيم المتوسطات الحسابية وفقا لمعادلة المدى

درجة الموافقة	قليلة جدًا	قليلة	متوسطة	كبيرة	كبيرة جدًا
الوسط الحسابي	من ١ إلى ١,٨٠	أكبر من ١,٨٠ إلى ٢,٦٠	أكبر من ٢,٦٠ إلى ٣,٤٠	أكبر من ٣,٤٠ إلى ٤,٢٠	أكبر من ٤,٢٠ إلى ٥,٠٠

- اختبار (ت) لبيان دلالة الفروق بين المتوسطات الحسابية لاستجابات أفراد عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغيري النوع والخبرة.
- تحليل التباين الأحادي واختبار شفيه لبيان دلالة الفروق بين المتوسطات الحسابية لاستجابات أفراد عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير المرحلة الدراسية
- اختبار مان وتني لبيان دلالة الفروق بين متوسط رتب استجابات أفراد عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمنطقة نجران التي تعزى لمتغير المسمى الوظيفي.

نتائج الدراسة

نتائج السؤال الأول: ما مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران من وجهة نظر عينة الدراسة؟

للإجابة عن هذا السؤال، تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات أفراد عينة الدراسة على أداة الدراسة والجدول (٣) يبين ذلك:

الجدول (٣): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران من وجهة نظر عينة الدراسة

م	المجال – الفقرات	المتوسطات الحسابية	الانحرافات المعيارية	الرتبة	الدرجة
	مهارات الاستقراء	**3.34**	**.541**	**1**	**متوسطة**
١	يعمل على تحفيز التلاميذ نحو استيعاب المفاهيم الرياضية بالدرس	3.30	.652	5	متوسطة
٢	يمارس مساعدة واضحة للتلاميذ في الربط بين الخصائص المشتركة بين الأمثلة لاستنتاج العلاقة بينها والوصول لنتيجة عامة	3.37	.709	2	متوسطة
٣	يربط التلاميذ بالدروس السابقة من خلال إيجاد التشابهات بين المواقف الرياضية	3.30	.654	4	متوسطة
٤	يوجه التلاميذ لتوضيح العلاقات الخاصة بين أجزاء الدرس والوصول لقاعدة عامة	3.37	.676	1	متوسطة
٥	يساعد التلاميذ للتعمق في فهمهم الاستقرائي للموقف الرياضي	3.34	.676	3	متوسطة
	مهارات الاستنتاج	**3.30**	**.568**	**3**	**متوسطة**
٦	يطلب من التلاميذ إيجاد العلاقات بين مكونات الموقف الرياضي	3.31	.701	2	متوسطة
٧	يدرب التلاميذ على تطبيق القاعدة العامة واستنتاج الحالات الخاصة للموقف الرياضي	3.32	.692	1	متوسطة
٨	يوجه التلاميذ لاستنتاج العامل المشترك بين مجموعة مكونات الموقف الرياضي	3.27	.696	4	متوسطة
٩	يوجه التلاميذ إلى تفسير الموقف الرياضي من خلال العلاقة بين مكوناته	3.25	.723	5	متوسطة
١٠	يطلب من التلاميذ إيراد أمثلة مشابهة لاستنتاج الفكرة الرئيسة للدرس	3.29	.696	3	متوسطة
	مهارات إدراك العلاقات	**3.26**	**.591**	**5**	**متوسطة**
١١	يمارس توجيهاً رياضياً دالاً لاستنباط التلاميذ العلاقة بين مكونات فكرة الدرس الرئيسة	3.30	.658	1	متوسطة
١٢	يتشارك مع التلاميذ في تحديد خصائص الدرس العامة والعلاقات المشتركة بينها	3.28	.705	2	متوسطة
١٣	يوجه التلاميذ لاستنتاج العلاقة بين الدرس الحالي والدروس السابقة	3.22	.700	4	متوسطة
١٤	يساعد التلاميذ لاستنتاج أفكاراً مشابهة	3.22	.710	5	متوسطة
١٥	يساعد التلاميذ من خلال الأمثلة لاستنتاج العلاقة بين المعلومات الرياضية والنتائج النهائية	3.26	.720	3	متوسطة
	مهارة التعبير بالرموز	**3.25**	**.606**	**6**	**متوسطة**
١٦	يطلب من التلاميذ التعبير عن فهمهم للرموز المشتمل عليها الدرس	3.26	.720	2	متوسطة

م	المجال – الفقرات	المتوسطات الحسابية	الانحرافات المعيارية	الرتبة	الدرجة
١٧	يفتح مجالات متنوعة للتلاميذ لمحاكاة الرموز المعطاة بطرق رياضية مختلفة	3.25	.740	3	متوسطة
١٨	يوجه التلاميذ نحو التعبير لفظياً للرموز الواردة في أمثلة الدرس	3.31	.701	1	متوسطة
١٩	يوجه التلاميذ نحو التمثيل بالرموز للتعبيرات اللفظية الواردة في أمثلة الدرس	3.24	.679	4	متوسطة
٢٠	يشارك التلاميذ لصناعة فروقاً دالة رياضياً بين الرموز الواردة في المواقف الرياضية	3.18	.796	5	متوسطة
	مهارات التصور البصري المكاني	**3.31**	**.601**	**2**	**متوسطة**
٢١	يساعد التلاميذ على الاستيعاب الرياضي للعلاقات التشابهية بين الأشكال الهندسية	3.26	.687	4	متوسطة
٢٢	ينمي الفضول الرياضي للتلاميذ نحو الحس التصوري من خلال إيجاد الاختلافات بين مجموعة من الأشكال الهندسية	3.35	.701	1	متوسطة
٢٣	يطلب من التلاميذ محاكاة الأشكال الهندسية من خلال تمثيل الأدوار	3.29	.691	3	متوسطة
٢٤	يطلب من التلاميذ تصنيف الأشكال الهندسية وفقاً للتشابهات والاختلافات بينها برسوم شجرية أو خرائط مفاهيمية	3.35	.712	2	متوسطة
٢٥	يبتكر طرقاً جديدة للتميز بين أشكال هندسية عدة	3.26	.749	5	متوسطة
	مهارات البرهان الرياضي	**3.29**	**.560**	**4**	**متوسطة**
٢٦	يوجه التلاميذ لإيجاد نتائج متوقعة تقريبية للمشكلة الرياضية	3.30	.721	4	متوسطة
٢٧	يطلب من التلاميذ إيجاد طرقاً ممكنة للبرهنة على حل مشكلة ما	3.21	.703	5	متوسطة
٢٨	يناقش مع التلاميذ خطوات البرهان الرياضي المتبعة عند حل مشكلة رياضية ما	3.30	.720	3	متوسطة
٢٩	يوجه التلاميذ لاستخراج المعطيات والمطلوب في مسألة رياضية ما	3.32	.683	1	متوسطة
٣٠	يساعد التلاميذ في التعبير عن المعطيات والمطلوب بطرق مختلفة	3.31	.678	2	متوسطة
	الدرجة الكلية لمستوى ممارسة معلمي الرياضيات لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران من وجهة نظر عينة الدراسة	**3.29**	**.513**		**متوسطة**

يبين الجدول (٣) ما يأتي:

- أن مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي ككل بمدينة نجران من وجهة نظر عينة الدراسة. جاء بدرجة متوسطة بمتوسط (٣.٢٩) وبانحراف معياري (٠.٥١٣).
- أن مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات الاستقراء جاء بالمرتبة الأولى وبدرجة متوسطة بمتوسط حسابي (٣.٣٤) وبانحراف معياري (٠.٥٤١)، وتراوحت المتوسطات الحسابية على فقرات مهارات الاستقراء بين (٣.٣٠ – ٣.٣٧) مما يشير إلى أن مستوى ممارسة المعلمين لتلك المهارات جاء بدرجة متوسطة.

- حصلت مهارات التصور البصري المكاني على المرتبة الثانية بمتوسط حسابي (٣.٣١) وبانحراف معياري (٠.٦٠١) وبدرجة متوسطة من الممارسة، وتراوحت المتوسطات الحسابية على فقرات مهارات التصور البصري المكاني بين (٣.٢٦ – ٣.٣٥) مما يشير إلى أن مستوى ممارسة المعلمين لتلك المهارات جاء بدرجة متوسطة.
- وحصلت مهارات الاستنتاج على المرتبة الثالثة بمتوسط حسابي (٣.٣٠) وبانحراف معياري (٠.٥٦٨) وبدرجة متوسطة من الممارسة، وتراوحت المتوسطات على فقرات مهارات الاستنتاج بين (٣.٢٥ – ٣.٣٢) مما يشير إلى أن مستوى ممارسة المعلمين لتلك المهارات جاء بدرجة متوسطة.
- حصلت مهارات البرهان الرياضي على المرتبة الرابعة بمتوسط حسابي (٣.٢٩) وبانحراف معياري (٠.٥٦٠) وبدرجة متوسطة من الممارسة، وتراوحت المتوسطات على فقرات البرهان الرياضي بين (٣.٢١ – ٣.٣١) مما يشير إلى أن مستوى ممارسة المعلمين لتلك المهارات جاء بدرجة متوسطة.
- جاءت مهارات إدراك العلاقات على المرتبة الخامسة بمتوسط حسابي (٣.٢٦) وبانحراف معياري (٠.٥٩١) وبدرجة متوسطة من الممارسة، وتراوحت المتوسطات الحسابية على فقرات إدراك العلاقات بين (٣.٢٢ – ٣.٣٠) مما يشير إلى أن مستوى ممارسة المعلمين لتلك المهارات جاء بدرجة متوسطة.
- وجاءت مهارات التعبير بالرموز بالمرتبة السادسة والأخيرة بمتوسط حسابي (٣.٢٥) وبانحراف معياري (٠.٦٠٦) وبدرجة متوسطة من الممارسة، وتراوحت المتوسطات الحسابية على فقرات مهارة التعبير بالرموز بين (٣.١٨ – ٣.٣١) مما يشير إلى أن مستوى ممارسة المعلمين لتلك المهارات جاء بدرجة متوسطة.

وقد يرجع ممارسة المعلمين لمهارات التفكير الرياضي بدرجة متوسطة لحصولهم على برامج التنمية المهنية التي تنفذها إدارة التدريب بإدارة تعليم نجران والتي منها ما قد يتصل بتنمية التفكير بشكل ما، فضلًا عن طبيعة المحتوى الرياضي المطور والذي يتضمن العديد

من الأمثلة والتدريبات التي تحفز مهارات التفكير الرياضي لدى التلاميذ، ولكن يبدو أن المعلمين بحاجة لمزيد من التدريب للارتقاء بمستوى الممارسات الخاصة بتنمية التفكير الرياضي. وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسة سندي (٢٠٢٢) ودراسة الشهري (٢٠٢٠)، ودراسة الجابري وعيث (٢٠١٩)، ودراسة مومكو واكتورك Mumcu & Akturk (٢٠١٧) بينما تختلف مع دراسة بني بكار (٢٠٢٢)، ودراسة الشمري وآخرون (٢٠٢١).

نتائج السؤال الثاني: ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير النوع (ذكر، أنثى)؟

للإجابة عن هذا السؤال تم استخدام اختبار (ت) لبيان دلالة الفروق بين المتوسطات الحسابية لاستجابات معلمي ومعلمات على أداة الدراسة، والجدول (٤) التالي يبين ذلك:

الجدول (٤): اختبار ت لبيان دلالة الفروق بين المتوسطات الحسابية حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران والتي تعزى لمتغير النوع (ذكر، أنثى)

المهارة	الجنس	العدد	المتوسطات الحسابية	الانحرافات المعيارية	ت	درجات الحرية	مستوى الدلالة
مهارات الاستقراء	ذكر	140	3.29	.483	1.391	251	.165
	أنثى	113	3.39	.604			
مهارات الاستنتاج	ذكر	140	3.31	.419	.560	251	.576
	أنثى	113	3.27	.712			
مهارات إدراك العلاقات	ذكر	140	3.25	.478	.269	251	.788
	أنثى	113	3.27	.708			
مهارة التعبير بالرموز	ذكر	140	3.23	.513	.471	251	.638
	أنثى	113	3.27	.707			
مهارات التصور البصري المكاني	ذكر	140	3.32	.485	.502	251	.616
	أنثى	113	3.28	.722			
مهارات البرهان الرياضي	ذكر	140	3.23	.416	1.859	251	.064
	أنثى	113	3.36	.694			
الدرجة الكلية	ذكر	140	3.27	.372	.523	251	.601
	أنثى	113	3.31	.648			

يبين الجدول (٤) عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) في استجابات أفراد العينة تعزى لمتغير النوع (ذكر، أنثى) فيما يتعلق بمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران وذلك على كل مهارة من مهارات التفكير الرياضي وعلى الدرجة الكلية.

وقد يرجع ذلك لحصول معلمي ومعلمات الرياضيات بنجران على ذات البرامج التدريبية التي تنفذها إدارة التدريب بتعليم بنجران والتي يتعلق بعضها بتنمية مهارات التفكير. وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسة الهيجاء (٢٠٠٤) بينما اختلفت مع نتائج دراسة سليم (٢٠٢١)، ودراسة المالكي وخليل وعواجي (٢٠٢٠).

نتائج السؤال الثالث: ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير المسمى الوظيفي (مشرف تربوي، معلم)؟

للإجابة عن هذا السؤال، تم استخدام اختبار مان وتني لبيان دلالة الفروق بين متوسط رتب استجابات أفراد عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران تعزى لمتغير المسمى الوظيفي (مشرف تربوي، معلم)، وجدول (٥) يبين ذلك:

الجدول (٥): اختبار مان وتني لبيان دلالة الفروق بين متوسط رتب استجابات أفراد عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران تعزى لمتغير المسمى الوظيفي (مشرف تربوي، معلم)

المهارات	المسمى	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	U	مستوى الدلالة
مهارات الاستقراء	معلم	241	127.88	30818.50	1234.500	.387
	مشرف	12	109.38	1312.50		
مهارات الاستنتاج	معلم	241	128.11	30875.50	1177.500	.272
	مشرف	12	104.63	1255.50		
مهارات إدراك	معلم	241	128.78	31037.00	1016.000	.076

العلاقات	مشرف	12	91.17	1094.00		
مهارة التعبير بالرموز	معلم	241	128.90	31065.50	987.500	.060
	مشرف	12	88.79	1065.50		
مهارات التصور البصري المكاني	معلم	241	127.80	30799.50	1253.500	.429
	مشرف	12	110.96	1331.50		
مهارات البرهان الرياضي	معلم	241	128.14	30881.00	1172.000	.261
	مشرف	12	104.17	1250.00		
الدرجة الكلية	معلم	241	128.76	31030.50	1022.500	.087
	مشرف	12	91.71	1100.50		

يبين الجدول (٥) عدم وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى (٠.٠٥) بين استجابات أفراد عينة الدراسة حول مستوى حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران تعزى لمتغير المسمى الوظيفي (مشرف تربوي، معلم) على جميع المهارات وعلى الدرجة الكلية لمهارات التفكير الرياضي.

وقد يرجع ذلك إلى تقارب استجابات المشرفين مع معلمي الرياضيات حول واقع الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات الداعمة لمهارات التفكير الرياضي، وهذا قد يظهر الحاجة للارتقاء بتلك الممارسات بما يعمل على تدعيم التفكير الرياضي لدى التلاميذ.

نتائج السؤال الرابع: ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير سنوات الخبرة (١٠ سنوات فما دون، أكثر من ١٠ سنوات)؟

تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال استخدام اختبار (ت) لبيان دلالة الفروق بين المتوسطات الحسابية حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير الخبرة، والجدول (٦) يبين ذلك:

الجدول (٦): اختبار (ت) لبيان دلالة الفروق بين المتوسطات الحسابية حول مستوى ممارسة معلمي الرياضيات الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير الخبرة

المهارة	الخبرة	العدد	المتوسطات الحسابية	الإنحرافات المعيارية	ت	درجات الحرية	الدلالة الاحصائية
مهارات الاستقراء	أقل من ١٠ سنوات	154	3.26	.509	2.663	251	.008
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.45	.574			

المهارة	الخبرة	العدد	المتوسطات الحسابية	الإنحرافات المعيارية	ت	درجات الحرية	الدلالة الاحصائية
مهارات الاستنتاج	أقل من ١٠ سنوات	154	3.22	.580	2.455	251	.015
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.40	.533			
مهارات إدراك العلاقات	أقل من ١٠ سنوات	154	3.16	.565	3.301	251	.001
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.41	.600			
مهارة التعبير بالرموز	أقل من ١٠ سنوات	154	3.19	.615	2.041	251	.042
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.35	.583			
مهارات التصور البصري المكاني	أقل من ١٠ سنوات	154	3.23	.664	2.615	251	.009
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.43	.466			
مهارات البرهان الرياضي	أقل من ١٠ سنوات	154	3.17	.579	-4.391-	251	.000
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.47	.476			
الدرجة الكلية	أقل من ١٠ سنوات	154	3.20	.531	-3.268-	251	.001
	١٠ سنوات فأكثر	99	3.42	.457			

يبين الجدول (٦) وجود فروق دالة احصائيًا عند مستوى دلالة (٠.٠٥) لمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران تعزى لمتغير الخبرة على جميع مهارات التفكير وعلى الدرجة الكلية لمهارات التفكير الرياضي وجاءت الفروق لصالح الخبرة الأطول.

وقد يرجع ذلك إلى أن تدريس الرياضيات لفترة طويلة أكسبت المعلمين معرفة أعمق بموضوعات الرياضيات؛ مما انعكس على ممارساتهم التدريسية لتلك الموضوعات في ضوء مهارات التفكير الرياضي. وقد اتفقت هذه النتيجة مع نتائج دراسة المالكي وخليل وعواجي (٢٠٢٠)، ودراسة الهيجاء (٢٠٠٤).

نتائج السؤال الخامس: ما الدلالة الإحصائية للفروق في استجابات عينة الدراسة حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير المرحلة الدراسية (ابتدائية، متوسطة، ثانوية)؟

للإجابة عن هذا السؤال تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران حسب متغير المرحلة الدراسية (ابتدائية، متوسطة، ثانوية) والجدول (٧) يبين ذلك:

الجدول (٧) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران حسب متغير المرحلة الدراسية (ابتدائية، متوسطة، ثانوية)

المهارات	الخبرة	العدد	المتوسطات الحسابية	الانحرافات المعيارية
مهارات الاستقراء	ابتدائية	79	3.22	.515
	متوسطة	89	3.29	.616
	ثانوية	85	3.50	.440
مهارات الاستنتاج	ابتدائية	79	3.23	.595
	متوسطة	89	3.17	.501
	ثانوية	85	3.47	.571
مهارات إدراك العلاقات	ابتدائية	79	3.15	.645
	متوسطة	89	3.16	.560
	ثانوية	85	3.45	.523
مهارات التعبير بالرموز	ابتدائية	79	3.14	.621
	متوسطة	89	3.23	.594
	ثانوية	85	3.37	.590
مهارات التصور البصري المكاني	ابتدائية	79	3.20	.700
	متوسطة	89	3.30	.534
	ثانوية	85	3.41	.557
مهارات البرهان الرياضي	ابتدائية	79	3.15	.620
	متوسطة	89	3.25	.502
	ثانوية	85	3.46	.521
الدرجة الكلية	ابتدائية	79	3.18	.558
	متوسطة	89	3.23	.471
	ثانوية	85	3.44	.481

يتضح من الجدول (7) وجود فروق ظاهرية بين متوسطات استجابات عينة الدراسة تعزى لمتغير المرحلة الدراسية، ولبيان دلالة هذه الفروق تم استخدام تحليل التباين الأحادي، وجدول (٨) يبين ذلك:

جدول (٨): تحليل التباين الأحادي للفروق بين المتوسطات الحسابية حول مستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران التي تعزى لمتغير المرحلة الدراسية

المهارة	المصدر	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	الدلالة الاحصائية
مهارات الاستقراء	بين المجموعات	3.429	2	1.715	6.085	.003
	داخل المجموعات	70.439	250	.282		
	الكلي	73.868	252			
مهارات الاستنتاج	بين المجموعات	4.198	2	2.099	6.814	.001
	داخل المجموعات	77.014	250	.308		
	الكلي	81.212	252			
مهارات إدراك العلاقات	بين المجموعات	4.903	2	2.452	7.387	.001
	داخل المجموعات	82.980	250	.332		
	الكلي	87.883	252			
مهارة التعبير بالرموز	بين المجموعات	2.249	2	1.125	3.110	.046
	داخل المجموعات	90.423	250	.362		
	الكلي	92.672	252			
مهارات التصور البصري	بين المجموعات	1.800	2	.900	2.518	.083
	داخل المجموعات	89.365	250	.357		
	الكلي	91.165	252			
مهارات البرهان الرياضي	بين المجموعات	4.092	2	2.046	6.823	.001
	داخل المجموعات	74.965	250	.300		
	الكلي	79.057	252			
الدرجة الكلية	بين المجموعات	3.167	2	1.584	6.263	.002
	داخل المجموعات	63.215	250	.253		
	الكلي	66.382	252			

أظهر الجدول (٨) وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين المتوسطات الحسابية لمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران تعزى لمتغير المرحلة الدراسية على غالبية المهارات وعلى الدرجة الكلية بينما لم تظهر فروق ذات دلالة إحصائية تعزى لمتغير المرحلة الدراسية فيما يتعلق بمهارة التصور البصري المكاني ولبيان اتجاهات الفروق الدالة احصائيًا، تم استخدام اختبار شيفيه للمقارنات البعدية، والجدول (٩) يبين ذلك:

الجدول (٩) نتائج المقارنات البعدية باستخدام اختبار شيفيه للفروق الدالة احصائيًا حسب متغير المرحلة الدراسية

مهارات التفكير الرياضي	المرحلة	(ل) المرحلة	فرق المتوسطات	الدلالة
مهارات الاستقراء	ابتدائية	ثانوية	.274*	.005
	متوسطة	ثانوية	.211*	.034
مهارات الاستنتاج	ابتدائية	ثانوية	.238*	.024
	متوسطة	ثانوية	.295*	.002
مهارات إدراك العلاقات	ابتدائية	ثانوية	.300*	.004
	متوسطة	ثانوية	.290*	.005
مهارة التعبير بالرموز	ابتدائية	ثانوية	.233*	.048
مهارات البرهان الرياضي	ابتدائية	ثانوية	.307*	.002
الدرجة الكلية لمستوى ممارسة معلمي الرياضيات لمهارات التفكير الرياضي	ابتدائية	ثانوية	.260*	.005
	متوسطة	ثانوية	.208*	.025

أظهر الجدول (٩) وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين المتوسطات الحسابية لمستوى ممارسات معلمي الرياضيات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بمدينة نجران تعزى لمتغير المرحلة الدراسية بين المرحلة الثانوية من ناحية وكل من المرحلة الابتدائية والمرحلة المتوسطة من ناحية أخرى وذلك لصالح المرحلة الثانوية.

وقد يرجع ذلك إلى طبيعة محتوى الرياضيات بالمرحلة الثانوية، حيث إن رياضيات هذه المرحلة تتطلب ممارسة العديد من مهارات التفكير الرياضي بشكل أكثر عمقًا مقارنة بمحتوى المرحلتين الابتدائية والمتوسطة، مما قد يكون انعكس على ممارسات معلمي هذه المرحلة. وقد اختلفت هذه النتيجة مع نتائج دراسة سليم (٢٠٢١) وقد يرجع هذا الاختلاف لاختلاف عينة كل منهما بجانب اختلاف هدف الدراستين.

التوصيات

في ضوء نتائج الدراسة، يمكن التوصية بما يأتي:

- مراعاة التركيز على الممارسات التدريسية التي تدعم تنمية مهارات التفكير الرياضي، عند إعداد برامج التنمية المهنية لمعلمي الرياضيات من قبل إدارة التدريب والابتعاث بوزارة التعليم، وإدارة التعليم بمنطقة نجران
- دعم مشرفي الرياضيات الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلتين الابتدائية والمتوسطة الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بشكل عام، وبشكل خاص لمعلمي المرحلة الثانوية، من خلال توجيه معلمي الرياضيات لاستخدام استراتيجيات التعلم النشط.
- متابعة مشرفي الرياضيات أثر تدريب معلمي الرياضيات على مهارات التفكير الرياضي، في ممارساتهم التدريسية، مع تلاميذهم وتقديم الدعم اللازم لهم.
- عقد لقاءات علمية وورش تدريبية من قبل المشرفين التربويين، مع معلمي الرياضيات تتناول مواقف تدريسية غنية بمهارات التفكير الرياضي وعملياته، لتساهم مستقبلًا في توضيح ودعم مهارات التفكير الرياضي لدى التلاميذ.
- الاهتمام بتطوير معلمي الرياضيات قبل الخدمة حول الممارسات التدريسية التي تدعم تنمية مهارات التفكير الرياضي، من خلال إدراج مقررات تعنى بذلك وتسهم في امتلاكه.
- إثراء محتوى الرياضيات المدرسية، من قبل مخططي مناهج الرياضيات، بالأنشطة المتنوعة، والتدريبات الثرية، التي تساعد في ممارسة مهارات التفكير الرياضي.

المقترحات

في ضوء نتائج الدراسة، يقترح الباحث الدراسات التالية:

- إجراء دراسة تعنى بتقصي وعي المشرفين التربويين بالممارسات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي.

- إجراء دراسة لمعرفة مدى اختلاف الممارسات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي لدى معلمي الرياضيات باختلاف فروع الرياضيات (جبر، هندسة، ...)
- إجراء دراسة تقيس أثر برنامج تدريبي مقترح لمعلمي الرياضيات قبل وأثناء الخدمة لإكسابهم المهارات التدريسية اللازمة لتنمية مهارات التفكير الرياضي وأثره في تحصيل تلاميذهم.
- إجراء دراسة لتقييم فعالية البرامج التدريبية المقدمة لمعلمي الرياضيات من قبل الإدارة العامة للتعليم بمنطقة نجران في ضوء تنمية مهارات التدريس لديهم بشكل عام والمهارات التدريسية الداعمة لمهارات التفكير الرياضي بشكل خاص.

المراجع

أولاً: المراجع العربية

أبو الحاج، سهى. (٢٠١٦). مفاتيح التفكير العشرين، مركز ديبونو لتعليم التفكير.

أبو الهيجاء، صابر جاسر. (٢٠٠٤). واقع تنمية التفكير الرياضي: دراسة تحليلية لمحتوى التدريس الصفي لدى عينة من معلمي الرياضيات للصفوف من الثامن وحتى العاشر الأساسي في مدارس وكالة الغوث الدولية. (رسالة دكتوراة غير منشورة). الجامعة الأردنية. عمان.

بني بكار، عبدالله محمد علي. (٢٠٢٢). درجة توظيف مهارات التفكير الرياضي لدى معلمي الرياضيات في محافظة جرش من وجهة نظر طلبة المرحلة الأساسية في ضوء متغير التحصيل في الرياضيات. *مجلة جرش للبحوث والدراسات*، ٢٣(٢)، ص ص: ٢٨٣٣ -٢٨٥٦.

التميمي، جاسم. (٢٠١٧). *تعليم الرياضيات ومناهجها لمعلم الصف*، مركز الكتاب الأكاديمي.

تونسية، تونسي. (٢٠١٧). مهارات التفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، *مجلة المفكر*، ١(١)، ص ص: ٣٠١-٣٢٧.

جاد الله، رولا إسماعيل محمد. (٢٠٢٠). *دور المعلمين الفائزين في جائزة الملكة رانيا للتميز التربوي في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلبتهم*. رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، الجامعة الهاشمية، الأردن.

الحربي، إبراهيم بن سليم رزيق. (٢٠٠٨). مدى امتلاك معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية بمدينة مكة المكرمة لبعض المهارات الداعمة للتفكير الرياضي. *مجلة كلية التربية*، جامعة بنها، ١٨(٧٥)، ص ص: ١٤٧-١٧٧.

حكمي، يحيى أحمد. (٢٠١٩). قياس مستوى مهارة التصور البصري المكاني لطالب المرحلة المتوسطة في مادة الرياضيات. *المجلة الإلكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية (MECSI)*، ١٥.

الخطيب، خالد محمد. (٢٠٠٩م). *الرياضيات المدرسية: مناهجها، تدريسها، والتفكير الرياضي*، دار المجتمع العربي.

الدوسري، أمل على سعيد القنام. (٢٠٢٢). التفكير وعلاقته بالتحصيل في تعليم الرياضيات. *مجلة إبداعات تربوية*، ١١،٢١ – ٣٥.

ذاكر، رحمة سليمان هادي. (٢٠٢١). واقع تنمية التفكير في الرياضيات لدى طلبة التعليم العام بالمملكة العربية السعودية: دراسة تحليلية. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢٤(٦)،٢٧١ – ٣٠٣.

السعود، يوسف احميد محمد. (٢٠١٠). *فاعلية برنامج تدريبي لمعلمي الرياضيات في تنمية القدرة على حل المسائل اللفظية والتفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية.* [رسالة دكتوراه غير منشورة. جامعة عمان العربية].

سليم، ربى محمد. (٢٠٢١). *دور الواقع المعزز في تنمية التفكير الرياضي والتقبل التكنولوجي من وجهة نظر معلمي الرياضيات.* [رسالة ماجستير غير منشورة. جامعة النجاح الوطنية: نابلس] .

سندي، لجين بنت محمود. (٢٠٢٢). مستوى معرفة معلمات الطالبات ذوات صعوبات التعلم بأنماط التفكير الرياضي بمدينة جدة. *المجلة السعودية للتربية الخاصة*، ع ٢٣، ١٩-٤٧.

الشلبي إلهام والخليفة، شذى. (٢٠١٧). مستوى مهارات التفكير العلمي والتفكير الرياضي لدى طالبات المرحلة الابتدائية. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، ١(٣)، ص ص: ١١٧-١٢٩.

الشمري، عفاف بنت عليوي وخطاب، أحمد علي وخليل، إبراهيم بن الحسين. (٢٠٢١). الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات في المرحلة الابتدائية الداعمة لتنمية مهارات التفكير الرياضي. *مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية*، ١٥(١٠)، ٣٣٢ – ٣٧٦.

الشهري، ظافر بن فراج هزاع. (٢٠١٦). مستوى تمكن طلبة الصف الثالث الثانوي لتفكير الاستدلال الرياضي. *مجلة جامعة الملك خالد للعلوم التربوية*، ٣(٢)،١٧٣ – ١٨٦.

الشهري، علي بن صالح. (٢٠٢٠). واقع ممارسات معلمي الرياضيات الصفية القائمة على مهارات التفكير الرياضي واتجاهاتهم نحوها في تدريس الرياضيات لطلاب المرحلة الابتدائية بمنطقة تبوك. *مجلة جامعة أم القرى للعلوم التربوية والنفسية*، ١٢(٤)، ص ص:٢٧٦ – ٣١٥.

الضلعان، بدر بن محمد. (٢٠٢٢). فاعلية برنامج تدريبي قائم على كائنات التعلم الرقمية لتنمية القدرة المكانية لدى التلاميذ المعلمين في تخصص الرياضيات بجامعة القصيم. *مجلة العلوم التربوية والدراسات الإنسانية*، ٢١٧،٢١-٢٤٦.

عبد العال، هبة محمد محمود. (٢٠٢٠). برنامج مقترح قائم على نظرية المرونة المعرفية وفاعليته في تنمية مهارات تدريس التفكير الرياضي واتخاذ القرار لدى معلمي الرياضيات. *مجلة كلية التربية في العلوم التربوية*، جامعة عين شمس، ٤٤(٣)،١٥ – ٧٨.

عسيري، محمد مفرح. (٢٠١٣). مستوى ممارسة معلمي ومعلمات الرياضيات لأساليب التدريس الفعال في المدارس الابتدائية بمدينة نجران، *مجلة كلية التربية*، جامعة طنطا،٥، ص ص:٥١٨-٥٤٦.

العنزي، علي بن عبدالله. (٢٠١٩). دراسة طبيعية البرهان الرياضي لدى التلاميذ المعلمين بكلية التربية جامعة جازان. *مجلة العلوم التربوية*، جامعة القاهرة، ٢٧(٢)، ص ص: ٢٤٤-٢٧٦.

فرج الله، عبد الكريم موسى. (٢٠١٩). *أساليب تدريس الرياضيات*، دار اليازوري العلمية.

قزامل، سونيا علي. (٢٠١٣). *المعجم العصري في التربية*، عالم الكتب.

قطيط، غسان. (٢٠١١). *حل المشكلات إبداعياً*، دار الثقافة للنشر والتوزيع.

ماضي، يحي صلاح. (٢٠١١). *المتفوقون وتنمية مهارات التفكير في الرياضيات*، ط٢، دار ديبونو.

المالكي، عوض بن صالح. (٢٠١٦). أثر برمجية تعليمية بنائية في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. *مجلة التربية*، جامعة الأزهر، ١٧١(١)، ص ص:١٨٢ – ٢١٥.

المالكي، مفرح بن مسعود، خليل، إبراهيم بن الحسين، عواجي، بكري بن محمد. (٢٠٢٠). الممارسات التدريسية لمعلمي ومعلمات رياضيات المرحلة المتوسطة في ضوء مجالات المعرفة وفقاً للاختبارات الدولية TIMSS ٢٠١٥. *مجلة كلية التربية ببنها*، مج ٣١، ع ١٢١، ١١٦– ١٤٤.

محمد، جمال حامد، أحمد، نهلة إسماعيل حامد، وزهران، عبدالعظيم محمد. (٢٠١٩). أثر استخدام خرائط التفكير في تدريس الجبر على التفكير الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي. مجلة شباب الباحثين في العلوم التربوية، ١، ص ص: ٥١٩–٥٧٤.

نجم، خميس موسى. (٢٠١٨). مستوى التفكير الرياضي وعلاقته بالتحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر من مرحلة التعليم الأساسي في الأردن. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢١(١)، ص ص: ٦–٢٩.

هيئة تقويم التعليم والتدريب. (٢٠١٩). *الإطار التخصصي لمجال تعليم الرياضيات، الرياض*.

الوثيقة الإعلامية *"برنامج تنمية القدرات البشرية ٢٠٢١-٢٠٢٥": رؤية ٢٠٣٠*، المملكة العربية السعودية.

ثانياً: المراجع الأجنبية

Algani , Y & Jmal, E. (2020). The effectiveness of a program for developing the skills of mathematical thinking for first year preparatory pupils. Journal of Gifted Education and Creativity, 7(2), pp: 41-51.

Algani, Y.,. (2018). Innovative Ways to Teach Mathematics: Are they Employed in Schools? Journal of Computer and Education Research (JCER), 7(14). Pp: 496-514.

Aljaberi, N & Gheith, E. (2019). Levels of Induction and Deduction among PreService Classroom Teachers and its Relation to their Learning Styles. International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 18(12), pp. 385-399.

Amador, J. (2016). Teachers' Considerations of Students' Thinking during Mathematics Lesson Design. Research Paper—Mathematics Education, 116(15), PP: 239-252.

Anderson, C., Mueller, E. A.; and Schneider, A. C. (2018). "Heroically Protecting Our Arguments: Using Superheroes to Teach Inductive and Deductive Reasoning," Discourse: The Journal of the SCASD, 4(8).

Anthony, G., Hunter, J & Hunter, R. (2015). Supporting prospective teachers to notice students' mathematical thinking through rehearsal activities. Mathematics Teacher Education and Development, 7(2), PP: 7-24.

As'ari, A. R., Kurniati, D., & Subanji. (2019). Teachers Expectation of Students' Thinking Processes in Written Works: A Survey of Teachers' Readiness in Making Thinking Visible. Journal on Mathematics Education, 10(3), 409-424.

Attard, C., Edwards-Groves, C., & Grootenboer, P. (2018). Dialogic practices in the mathematics classroom. In J. Hunter, P. Perger, & L. Darragh (Eds.), Making waves, opening spaces (Proceedings of the 41st annual conference of the

Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 122–129). Auckland: MERGA.

Azak, A.Z. & Bilgiç, E.N. (2019). Mathematics teachers' views on mathematical thinking. Journal of Computer and Education Research, 7 (13), pp: 109-11.

Breen, S & Ann, O. (2010). Mathematical thinking and task design. Irish Math. Soc. Bulletin 66, PP: 39–49.

Çelik, H & Özdemir, F. (2020). Mathematical Thinking as a Predictor of Critical Thinking Dispositions of Pre-service Mathematics Teachers. International Journal of Progressive Education, 16(4), pp: 81-98.

Choppin, J. (2011). The impact of professional noticing on teachers' adaptations of challenging tasks. Mathematical Thinking and Learning, 13(3), 175-197.

Common Core State Standards Initiative. (CCSSI). (2010). Common Core State Standards for Mathematics. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Retrieved from http://www.corestandards.org/the-standards.

Cornillez, E., Jordan, L., Yocte, J. (2020). Perceived importance and level of mathematical skills among math and non-math major students in mathematics in the modern world. Journal of Educational Research and Technology Management,1(1), PP: 16-28.

Ding, M., Li, X., Piccolo, D & Kulm, G. (2007). Teacher Interventions in Cooperative-Learning Mathematics Classes. The Journal of Educational Research, 100(3):162-175.

Goos, M., Kaya, S (2020). Understanding and promoting students' mathematical thinking: a review of research published in ESM. Educ Stud Math 103, PP: 7–25.

Guner, P., & Akyuz, D. (2020). Noticing Student Mathematical Thinking Within the Context of Lesson Study. Journal of Teacher Education, 71(5), pp: 568–583.

Günhan, B. C., Turgut, M & Yılmaz, S. (2009). Spatial Ability of a Mathematics Teacher: The Case of Oya. IBSU Scientific Journal, 3(1), 151-158.

Haryati, S., Trisnowati, E., Siswanto, S., & Al Firdaus, M. M. (2021). Identifying higher-order thinking skills on lesson plan: How do teachers construct the lesson plan? Tadris: Jurnal Keguruan dan Ilmu Tarbiyah, 6(2), 277-285.

Hawes, Z., and Ansari, D. (2020). What explains the relationship between spatialand mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. Psychon.Bull. Rev. 27, 465–482.

Eliciting mathematical reasoning during early .Herbert, S., Williams, G. (2021) primary problem solving. Math Ed Res J.

Jupri, A. (2017). Investigating Primary School Mathematics Teachers' Deductive Reasoning Ability through Varignon's Theorem. Journal of Physics: Conf. Series, 895.

Kazemi, E., & Hubbard, A. (2008). New directions for the design and study of professional development: Attending to the coevolution of teachers' participation across contexts. Journal of Teacher Education, 59(5), pp: 428-441.

Ko, Y., Knuth, E. (2009). Undergraduate mathematics majors' writing performance producing proofs and counterexamples about continuous functions. J. Math. Behav. 28, pp: 68–77.

Kurniasih, A., Hidayah, I. & Asikin, M (2020). Teacher Support for Eliciting Students Mathematical Thinking: Problem Posing, Asking Questions, and Song. International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 19(10), pp. 265-285.

Lesseig, K. (2016). Investigating mathematical knowledge for teaching proof in professional development. International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 2(2), 253-270.

Prospective K-8 teachers' noticing of student .Magiera, M.T., Zambak, V.S. (2021) justifications and generalizations in the context of analyzing written artifacts and video-records. IJ STEM Ed, 8(7).

Makamure, C& Jojo, Z. (2021). Visual-spatial Skills and Mathematics Content Conceptualisation for Pre-service Teachers. Indonesian Journal of Science and Mathematics Education, 4(3), PP: 223-241.

Mueller, M., Yankelewitz, D & Maher, C. (2014) Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning, Investigations in Mathematics Learning, 7(2), PP: 1-20.

Mumcu, H. Y & Aktürk, T. (2017). An analysis of the reasoning skills of pre-service teachers in the context of mathematical thinking. European Journal of Education Studies, 3(5), PP: 225- 254.

Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction. Journal for Research in Mathematics Education, 45(5), PP: 584-635.

Mutodi, P., Mosimege, M. (2021). Learning mathematical symbolization: conceptual challenges and instructional strategies in secondary schools. Bolema, Rio Claro (SP), 35(70), PP: 1180-1199.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). Professional standards for teaching mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to action: Ensuring mathematical success for all. Reston.

NCTM. (2000). Principles and Standards of School Mathematics. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Nepal, B. (2016). Relationship between Mathematical Thinking and Mathematics Achievement. IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME), 6(6), PP: 46-49.

Önal H., İnan M. & Bozkurt S. (2017). Research on mathematical thinking skills: Mathematical thinking skills of athletes in individual and team sports. Journal of Education and Training Studies, 5(9), 133-139.

Peterson, B. E., & Leatham, K. R. (2009). Learning to use students' mathematical thinking to orchestrate a class discussion. In L. Knott (Ed.), The role of mathematics discourse in producing leaders of discourse (pp. 99–128). Charlotte.

Pourdavood, R., McCarthy, K., & McCafferty, T. (2020). The impact of mental computation on children's mathematical communication, problem solving, reasoning, and algebraic thinking. Athens Journal of Education, 7(3), 241-254.

Sahin, A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. Journal of Mathematics Teacher Education, 11(3), 221-241.

Siswono, T. Y. E., Hartono, S., & Kohar, A. W. (2020). Deductive or inductive? Prospective teachers' preference of proof method on an intermediate proof task. Journal on Mathematics Education, 11(3), 417–438.

Siswono.T. (2011). Level of student's creative thinking in classroom mathematics. Educational Research and Review, 6(7), PP: 548- 553.

Stockero, S. L., Rupnow, R. L., & Pascoe, A. E. (2017). Learning to notice important student mathematical thinking in complex classroom interactions. Teaching and Teacher Education, 63, pp: 384–395.

Stockero, S.L., Van Zoest, L.R., Freeburn, B. Peterson, B & Leatham, K. (2022). Teachers' responses to instances of student mathematical thinking with varied potential to support student learning. Math Ed Res J, 34, PP: 165–187.

Susilawati, W., Suryadi, D & Dahlan, J. (2017). The Improvement of Mathematical Spatial Visualization Ability of Student through Cognitive Conflict. International Electronic Journal of Mathematics Education, 12(2), pp: 155-166.

Way, J. (2008). Using Questioning to Stimulate Mathematical Thinking, APMC 13 (3), PP: 22-27.

Wijers, M., de Haan, D. (2020). Mathematics in Teams—Developing Thinking Skills in Mathematics Education. In: Van den Heuvel-Panhuizen, M. (eds) National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer.

Yao, X., Manouchehri, A. (2020). Teacher Interventions for Advancing Students' Mathematical Understanding. Educ. Sci, 10 (164); doi:10.3390/educsci10060164.

Yong, H.T & Lim, C.S. (2008). Implementing school-based assessment: The mathematical thinking assessment (MATA) framework. Seminar Inovasi Pedagogi IPBL, Kuching, Sarawak, Malaysia.